

数 学

时量:120 分钟

满分:100 分

得分 _____

一、选择题:本大题共 15 个小题,每小题 3 分,共 45 分,在每个小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | -1 < x < 2\}$, $B = \{x | x^2 - 2x < 0\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $(-1, 0)$ B. $(0, 2)$ C. $(-2, 0)$ D. $(-2, 2)$

★2. 函数 $f(x) = \sqrt{1-2^x} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$ 的定义域为

A. $(-3, 0]$ B. $(-3, 1)$
 C. $(-\infty, -3)$ D. $(-\infty, -3) \cup (-3, 1]$

3. 若函数 $f(x) = \begin{cases} (2-a)x, & x \geq 1, \\ ax+1, & x < 1 \end{cases}$ 在 \mathbf{R} 上是增函数, 则 a 的取值范围为

A. $(-\infty, 2)$ B. $(0, 2)$ C. $(0, \frac{1}{2}]$ D. $[\frac{1}{2}, 2)$

4. 下列函数既是偶函数, 又在 $(0, +\infty)$ 上为增函数的是

A. $y=x$ B. $y=-x^2$ C. $y=|x|$ D. $y=\frac{1}{x}$

5. 函数 $y=x^2-x+1, x \in [-1, 1]$ 的最大值与最小值之和为

A. 1.75 B. 3.75 C. 4 D. 5

6. 已知定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1) = f(1-x)$, 且当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = 2^x - m$, 则 $f(-1) =$

A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

7. 下列不等式成立的是

A. $1 \cdot 2^2 > 1 \cdot 2^3$ B. $1 \cdot 2^{-3} < 1 \cdot 2^{-2}$
 C. $\log_{1.2} 2 > \log_{1.2} 3$ D. $\log_{0.2} 2 < \log_{0.2} 3$

8. 已知 $a = (\frac{1}{3})^{\frac{2}{3}}$, $b = 2^{\frac{1}{3}}$, $c = \log_2 \frac{1}{3}$, 则

A. $b < a < c$ B. $a < b < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

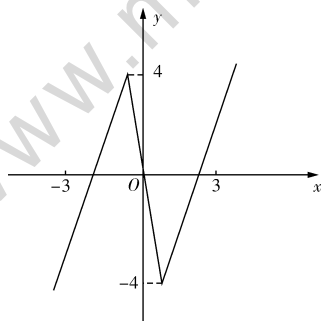
9. 函数 $f(x) = \log_5(x^2 - 2x)$ 的单调递增区间是

A. $(1, +\infty)$ B. $(2, +\infty)$ C. $(-\infty, 1)$ D. $(-\infty, 0)$

10. 已知幂函数 $y = f(x)$ 的图象过点 $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$, 则 $f(4)$ 的值为

A. $\frac{1}{4}$ B. 2 C. 4 D. $\frac{1}{16}$

11. 已知函数 $f(x) = \log_a(x+1)$ (其中 $a > 1$), 则 $f(x) < 0$ 的解集为
 A. $(-1, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$
 C. $(0, 1)$ D. $(-1, 0)$
12. 若 $f(x)$ 为奇函数, 且 x_0 是 $y = f(x) - e^x$ 的一个零点, 则 $-x_0$ 一定是下列哪个函数的零点
 A. $y = f(x)e^x + 1$ B. $y = f(-x)e^{-x} - 1$
 C. $y = f(x)e^x - 1$ D. $y = f(-x)e^x + 1$
13. 若函数 $f(x) = \lg(x-1) + \lg(3-x) - \lg(a-x)$ 只有一个零点, 则实数 a 的取值范围是
 A. $1 < a \leq 3$ 或 $a = \frac{13}{4}$ B. $3 \leq a < \frac{13}{4}$
 C. $a \leq 1$ 或 $a = \frac{13}{4}$ D. $a > \frac{13}{4}$
14. 若方程 $x^2 - 2x - \lg(2a^2 - a) = 0$ 有一个正根和一个负根, 则实数 a 的取值范围是
 A. $a > 1$ 或 $a < -\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2} < a < 1$
 C. $a > -\frac{1}{2}$ D. $a < 1$
15. 已知函数 $g(x)$ 的图象如图所示, 则方程 $g(g(x^3)) = 0$ 的实数根个数为



- A. 3 B. 6 C. 9 D. 12

答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								
题号	9	10	11	12	13	14	15	得分
答案								

二、填空题: 本大题共 5 个小题, 每小题 3 分, 共 15 分, 将答案填在答题纸上.

16. 设集合 $A = \{1, 2\}$, 则满足 $A \cup B = \{1, 2, 3\}$, $A \cap B = \{2\}$ 的集合 $B =$ _____.
17. 已知函数 $f(2x+2) = 3x+2$, 且 $f(a) = 4$, 则 $a =$ _____.

18. 已知 $f(x) = x^3 + 3x, x \in \mathbf{R}$, 且 $f(a-2) + f(a^2) < 0$, 则实数 a 的取值范围是_____.

★19. 某纯净水制造厂在净化水的过程中, 每增加一次过滤可减少水中杂质 36%, 若要使水中杂质减少到原来的 5% 以下, 则至少需要过滤_____次. (参考数据: $\lg 2 \approx 0.3010$)

20. 若规定集合 $M = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} (n \in \mathbf{N}^*)$ 的子集 $N = \{a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}\} (k \in \mathbf{N}^*)$ 为 M 的第 k 个子集, 其中 $k = 2^{i_1-1} + 2^{i_2-1} + \dots + 2^{i_k-1}$, 例如 $P = \{a_1, a_3\}$ 是 M 的第 5 个子集, 则 M 的第 25 个子集是_____.

三、解答题: 本大题共 5 个小题, 共 40 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

21. (本小题满分 8 分)

计算:

$$(1) \log_3 \frac{\sqrt[4]{27}}{3} + \lg 25 + \lg 4 + 5^{\log_5 2};$$

$$(2) \text{已知 } x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{5}, \text{ 求 } \frac{x^2 + x^{-2} - 6}{x + x^{-1} - 5} \text{ 的值.}$$

★22. (本小题满分 8 分)

已知 $\lg 2 = a, \lg 3 = b$, 试用 a, b 表示 $\log_{12} 5$.

23. (本小题满分 8 分)

科学家发现某种特殊物质的温度 y (单位:摄氏度) 随时间 x (单位:分钟) 的变化规律满足关系式: $y = m \cdot 2^x + 2^{1-x}$ ($0 \leq x \leq 4, m > 0$).

- (1) 若 $m=2$, 求经过多少分钟, 该物质的温度为 5 摄氏度;
- (2) 如果该物质温度总不低于 2 摄氏度, 求 m 的取值范围.

数学吧: www.maths8.com

24. (本小题满分 8 分)

已知集合 $A = \{(x, y) \mid y = x^2 + mx + 2\}$, $B = \{(x, y) \mid x - y + 1 = 0, \text{ 且 } 0 \leq x \leq 2\}$, 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

数学吧 : www.maths8.com

25. (本小题满分 8 分)

已知函数 $f(x)$, 对于任意的 $x, y \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+y) = f(x) + f(y)$, 当 $x > 0$ 时, $f(x) < 0$, 且 $f(1) = -\frac{1}{2}$.

(1) 求 $f(0), f(3)$ 的值;

(2) 当 $-8 \leq x \leq 10$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最大值和最小值.

数学吧 : www.maths8.com