

# 长郡中学 2019—2020 学年度高一第一学期期中考试

## 数学参考答案

一、选择题:本大题共 15 个小题,每小题 3 分,共 45 分,在每个小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
答案	B	A	C	C	B	A	B	D	B	B	D	A	A	A	C

二、填空题:本大题共 5 个小题,每小题 3 分,共 15 分,将答案填在答题纸上.

16.  $\{2, 3\}$

17.  $\frac{10}{3}$

18.  $(-2, 1)$

19. 7

20.  $\{a_1, a_4, a_5\}$

三、解答题:本大题共 5 个小题,共 40 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

21. (1)  $\frac{15}{4}$  (4 分) (2)  $-\frac{1}{2}$  (4 分)

22. 【解析】 $\log_{12} 5 = \frac{\lg 5}{\lg 12} = \frac{1 - \lg 2}{2\lg 2 + \lg 3} = \frac{1 - a}{2a + b}$  ..... (8 分)

23. 【解析】(1) 由题意,当  $m=2$ , 则  $2 \cdot 2^x + 2^{1-x} = 2 \cdot 2^x + \frac{2}{2^x} = 5$ ,

$\because 0 \leq x \leq 4$ , 解得  $x=1$ ,

因此,经过 1 分钟时间,该物质的温度为 5 摄氏度. .... (3 分)

(2) 由题意得,  $m \cdot 2^x + 2^{1-x} \geq 2$  对一切  $0 \leq x \leq 4$  恒成立,

则由  $m \cdot 2^x + 2^{1-x} \geq 2$ , 得  $m \geq \frac{2}{2^x} - \frac{2}{2^{2x}}$ , 令  $t = 2^{-x}$ , 则  $\frac{1}{16} \leq t \leq 1$ , 且  $m \geq 2t - 2t^2$ ,

构造函数  $f(t) = 2t - 2t^2 = -2\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$ ,

当  $t = \frac{1}{2}$  时, 函数  $y = f(t)$  取得最大值  $\frac{1}{2}$ , 则  $m \geq \frac{1}{2}$ .

因此,实数  $m$  的取值范围是  $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ . .... (8 分)

24. 【解析】 $A \cap B \neq \emptyset$ , 即  $\begin{cases} y = x^2 + mx + 2, \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$  在  $[0, 2]$  上有解,

即方程  $x^2 + (m-1)x + 1 = 0$  在区间  $[0, 2]$  上有解,

令  $f(x) = x^2 + (m-1)x + 1$ , ..... (1分)

则在  $[0, 2]$  上, 若  $f(x)$ :

① 有两等根:  $\begin{cases} \Delta = 0, \\ 0 \leq \frac{1-m}{2} \leq 2, \end{cases} \Rightarrow m = -1$ ; ..... (3分)

② 有一根:  $f(0) \cdot f(2) < 0 \Rightarrow m < -\frac{3}{2}$ ; ..... (5分)

③ 有两不等根:  $\begin{cases} \Delta > 0, \\ 0 < \frac{1-m}{2} < 2, \\ f(0) > 0, \\ f(2) \geq 0, \end{cases} \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq m < -1$ . ..... (7分)

综上,  $m \leq -1$ . ..... (8分)

25. 【解析】(1)  $f(0) = 0, f(3) = -\frac{3}{2}$ . ..... (2分)

(2) 令  $y = -x$ , 则  $f(x-x) = f(x) + f(-x) = f(0) = 0$ ,

$f(-x) = -f(x)$ ,  $f(x)$  为奇函数, ..... (4分)

任取  $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ , 且  $x_1 < x_2, x_2 - x_1 > 0$ , 则  $f(x_2 - x_1) < 0$ ,

$f(x_2) - f(x_1) = f(x_2) + f(-x_1) = f(x_2 - x_1) < 0, f(x_2) < f(x_1)$ ,

所以  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上为减函数, ..... (6分)

故  $f(x)_{\max} = f(-8) = 2f(-4) = 4f(-2) = 8f(-1) = 4$ ,

$f(x)_{\min} = f(10) = 10f(1) = -5$ . ..... (8分)