

# 湖南师大附中博才实验中学 2019-2020 学年九年级（上）期中考试 数学试卷

(试卷录入编辑时间紧，如有错误，也请在九年级学习交流群内指出，群二维码在试卷末页。在交流群还能交流试题解析、达 A 分数线，一定要加入哦！)

## 一、选择题（本题共 12 个小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. 湖南师大附中博才实验中学构溪湖校区于 2018 年秋季正式揭牌开学，校区位于麓云路和映日路交汇处西北角，规划用地面积约为  $62000m^2$ ，净用地面积约为  $51000m^2$ ，总建筑面积  $35819.6m^2$ ，办学规模

54 个班，62000 用科学记数法表示为( )

- A.  $6.2 \times 10^{-4}$       B.  $6.2 \times 10^4$       C.  $-6.2 \times 10^4$       D.  $0.62 \times 10^4$

2. 下列运算正确的是( )

- A.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$       B.  $a^3 + a^2 = a^5$       C.  $(a^2)^4 = a^8$       D.  $a^3 - a^2 = a$

3. 下列图形中，既是中心对称，又是轴对称的是( )



4. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，将点  $N(-1,-2)$  绕点  $O$  旋转  $180^\circ$ ，得到的对应点的坐标是( )

- A. (1,2)      B. (-1,2)      C. (-1,-2)      D. (1,-2)

5. 对下列生活现象的解释其数学原理运用错误的是( )

- A. 把一条弯曲的道路改成直道可以缩短路程是运用了“两点之间线段最短”的原理  
 B. 木匠师傅在刨平的木板上任选两个点就能画出一条笔直的墨线是运用了“直线外一点与直线上各点连接的所有线段中，垂线段最短”的原理  
 C. 将自行车的车架设计为三角形形状是运用了“三角形的稳定性”的原理  
 D. 将车轮设计为圆形是运用了“圆的旋转对称性”的原理

6. 已知  $\alpha$ 、 $\beta$  是一元二次方程  $x^2 - 2x - 3 = 0$  的两个根，则  $\alpha + \beta$  的值是( )

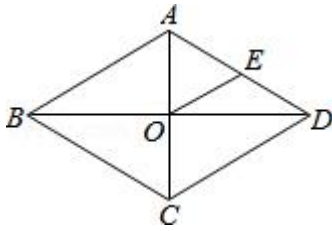
- A. 2      B. -2      C. 3      D. -3

7. 如图，菱形  $ABCD$  中，对角线  $AC$ ， $BD$  交于点  $O$ ， $E$  为  $AD$  边中点， $OE$  的长等于 4，则菱形  $ABCD$  的周长为( )

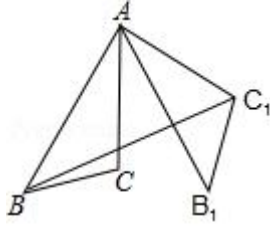
- A. 16      B. 20      C. 24      D. 32

8. 随机抽查某商场四月份 5 天的营业额分别如下（单位：万元）3.4，2.9，3.0，3.1，2.6，试估计这个商场四月份的营业额约是( )

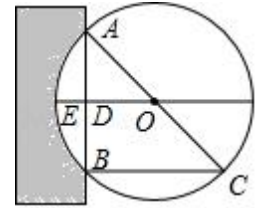
- A. 3 万元      B. 15 万元      C. 90 万元      D. 450 万元



第 7 题图



第 10 题图



第 11 题图

9. 点  $M(-3, y_1)$ ,  $N(-2, y_2)$  是抛物线  $y = -(x+1)^2 + 3$  上的两点, 则下列大小关系正确的是( )
- A.  $y_1 < y_2 < 3$       B.  $3 < y_1 < y_2$       C.  $y_2 < y_1 < 3$       D.  $3 < y_2 < y_1$
10. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 8$ ,  $AC = 6$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ , 将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  逆时针旋转  $60^\circ$  得到  $\triangle AB_1C_1$ , 连接  $BC_1$ , 则  $BC_1$  的长为( )
- A. 6      B. 8      C. 10      D. 12
11. 《九章算术》是我国古代第一部自成体系的数学专著, 代表了东方数学的最高成就. 它的算法体系至今仍在推动着计算机的发展和应用. 书中记载: “今有圆材埋在壁中, 不知大小, 以锯锯之, 深一寸, 锯道长一尺, 问径几何?” 译为: “今有一圆柱形木材, 埋在墙壁中, 不知其大小, 用锯去锯这木材, 锯口深 1 寸 ( $ED = 1$  寸), 锯道长 1 尺 ( $AB = 1$  尺 = 10 寸)”, 问这块圆柱形木材的直径是多少?” 如图所示, 请根据所学知识计算: 圆柱形木材的直径  $AC$  是( )

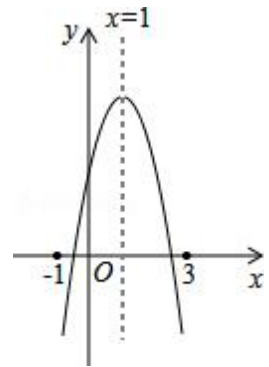
- A. 13 寸      B. 20 寸      C. 26 寸      D. 28 寸

12. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象如图所示, 下列结论中:

- ①  $abc > 0$ ; ②  $2a + b = 0$ ; ③ 当  $m \neq 1$  时,  $a + b > am^2 + bm$ ;  
④  $a - b + c > 0$ ; ⑤ 若  $ax_1^2 + bx_1 = ax_2^2 + bx_2$ , 且  $x_1 \neq x_2$ , 则  $x_1 + x_2 = 2$ ,

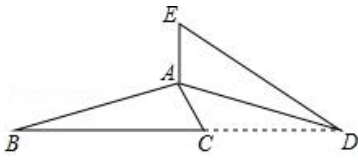
正确的个数为( )

- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

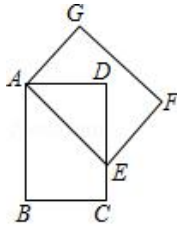


二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

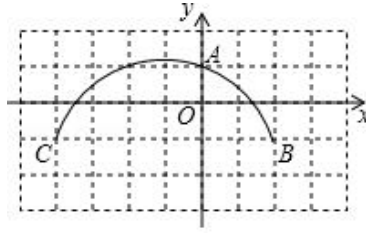
13. 平面直角坐标系中, 点  $P(-4, 2)$  与  $P_1$  关于原点对称, 则  $P_1$  的坐标是\_\_\_\_\_.
14. 若二次函数  $y = ax^2 - bx + 5 (a \neq 5)$  的图象与  $x$  轴交于  $(1, 0)$ , 则  $b - a + 2015$  的值是\_\_\_\_\_.
15. 如图, 将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  逆时针旋转  $150^\circ$ , 得到  $\triangle ADE$ , 这时点  $B, C, D$  恰好在同一直线上, 则  $\angle B$  的度数为\_\_\_\_\_.
16. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AD = 3$ , 将矩形  $ABCD$  绕点  $A$  逆时针旋转, 得到矩形  $AEFG$ , 点  $B$  的对应点  $E$  落在  $CD$  上, 且  $DE = EF$ , 则  $AB$  的长为\_\_\_\_\_.
17. 如图, 方格纸上每个小正方形的边长均为 1 个单位长度, 点  $O, A, B, C$  在格点 (两条网格线的交点叫格点) 上, 以点  $O$  为原点建立直角坐标系, 则过  $A, B, C$  三点的圆的圆心坐标为\_\_\_\_\_.



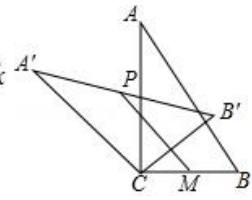
第 15 题图



第 16 题图



第 17 题图



第 18 题图

18. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 将  $\triangle ABC$  绕顶点  $C$  逆时针旋转得到  $\triangle A'B'C$ ,  $M$  是  $BC$  的中点,  $P$  是  $A'B'$  的中点, 连接  $PM$ , 若  $BC = 2$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ , 则线段  $PM$  的最大值是\_\_\_\_\_.

三. 解答题 (共 8 小题)

19. 计算:  $-1^2 + |-\sqrt[3]{27}| - (\frac{1}{\sqrt{5}-1})^0 + (-\frac{1}{2})^{-1}$

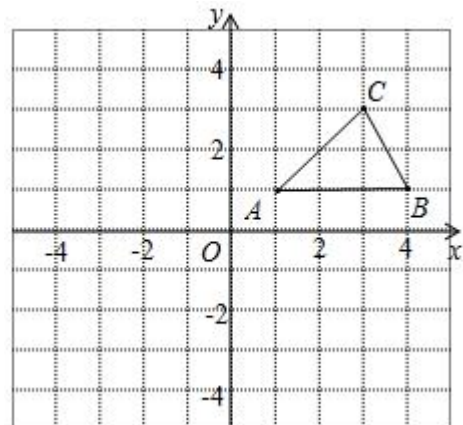
20. 先化简, 再求值:  $(\frac{3}{a-1} + \frac{a-3}{a^2-1}) \div \frac{a}{a+1}$ , 其中  $a = \sqrt{2} + 1$ .

21. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知  $\triangle ABC$  的三个顶点坐标分别是  $A(1,1)$ ,  $B(4,1)$ ,  $C(3,3)$ .

(1) 将  $\triangle ABC$  向下平移 5 个单位后得到  $\triangle A_1B_1C_1$ ;

(2) 将  $\triangle ABC$  绕原点  $O$  逆时针旋转  $90^\circ$  后得到  $\triangle A_2B_2C_2$ , 请画出  $\triangle A_2B_2C_2$ ;

(3) 判断以  $O$ ,  $A_1$ ,  $B$  为顶点的三角形的形状, 并说明理由.



22. 在平面直角坐标系中, 四边形  $AOBC$  是矩形, 点  $O(0,0)$ , 点  $A(5,0)$ , 点  $B(0,3)$ . 以点  $A$  为中心, 顺时针旋转矩形  $AOBC$ , 得到矩形  $ADEF$ , 点  $O, B, C$  的对应点分别为  $D, E, F$ .

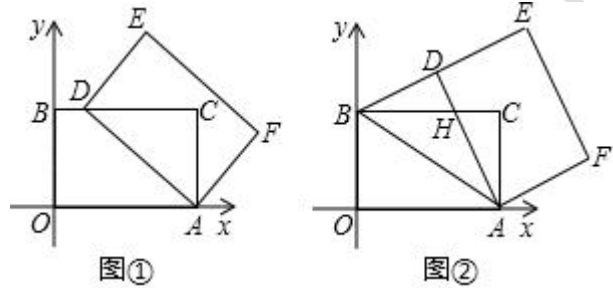
(I) 如图①, 当点  $D$  落在  $BC$  边上时, 求点  $D$  的坐标;

(II) 如图②, 当点  $D$  落在线段  $BE$  上时,  $AD$  与  $BC$  交于点  $H$ .

①求证  $\triangle ADB \cong \triangle AOB$ ;

②求点  $H$  的坐标.

(III) 记  $K$  为矩形  $AOBC$  对角线的交点,  $S$  为  $\triangle KDE$  的面积, 求  $S$  的取值范围 (直接写出结果即可).



23. 学校需要添置教师办公桌椅  $A, B$  两型共 200 套, 已知 2 套  $A$  型桌椅和 1 套  $B$  型桌椅共需 2000 元, 1 套  $A$  型桌椅和 3 套  $B$  型桌椅共需 3000 元.

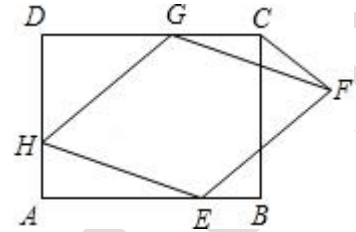
(1) 求  $A, B$  两型桌椅的单价;

(2) 若需要  $A$  型桌椅不少于 120 套,  $B$  型桌椅不少于 70 套, 平均每套桌椅需要运费 10 元. 设购买  $A$  型桌椅  $x$  套时, 总费用为  $y$  元, 求  $y$  与  $x$  的函数关系式, 并直接写出  $x$  的取值范围;

(3) 求出总费用最少的购置方案.

24. 已知, 如图, 矩形  $ABCD$  中,  $AD=6$ ,  $DC=7$ , 菱形  $EFGH$  的三个顶点  $E, G, H$  分别在矩形  $ABCD$  的边  $AB, CD, DA$  上,  $AH=2$ , 连接  $CF$ .

- (1) 若  $DG=2$ , 求证四边形  $EFGH$  为正方形;
- (2) 若  $DG=6$ , 求  $\triangle FCG$  的面积;
- (3) 当  $DG$  为何值时,  $\triangle FCG$  的面积最小.



25. 我们不妨约定: 对角线互相垂直的凸四边形叫做“十字形”.

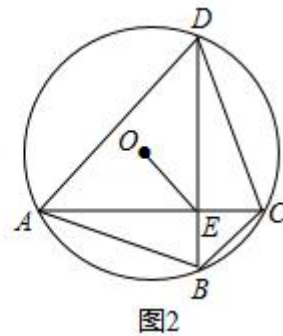
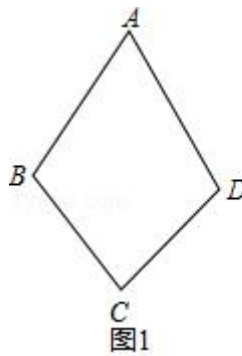
(1) 在平行四边形、矩形、菱形、正方形中, 一定是“十字形”的有\_\_\_\_\_.

(2) 如图 1, 在四边形  $ABCD$  中,  $AB=AD$ , 且  $CB=CD$

①证明: 四边形  $ABCD$  是“十字形”;

②若  $AB=2$ ,  $\angle BAD=60^\circ$ ,  $\angle BCD=90^\circ$ , 求四边形  $ABCD$  的面积.

(3) 如图 2.  $A, B, C, D$  是半径为 1 的  $\odot O$  上按逆时针方向排列的四个动点,  $AC$  与  $BD$  交于点  $E$ , 若  $\angle ADB - \angle CDB = \angle ABD - \angle CBD$ . 满足  $AC + BD = 3$ , 求线段  $OE$  的取值范围.



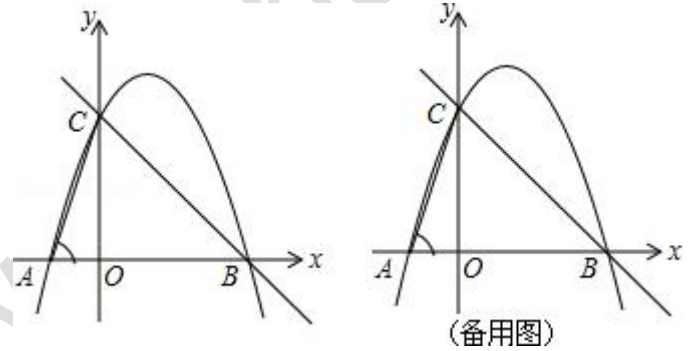
26. 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $O$  为坐标原点, 直线  $y = -x + n$  与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于  $B$ 、 $C$  两点,

抛物线  $y = ax^2 + bx + 3 (a \neq 0)$  过  $C$ 、 $B$  两点, 交  $x$  轴于另一点  $A$ , 连接  $AC$ , 且  $\tan \angle CAO = 3$ .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 若点  $P$  是射线  $CB$  上一个动点, 过点  $P$  作  $x$  轴的垂线, 垂足为  $H$ , 交抛物线于  $Q$ , 设  $P$  点横坐标为  $t$ , 线段  $PQ$  的长为  $d$ , 求出  $d$  与  $t$  之间的函数关系式, 并写出相应的自变量  $t$  的取值范围;

(3) 在 (2) 的条件下, 当点  $P$  在线段  $BC$  上时, 设  $PH = e$ , 已知  $d, e$  是以  $y$  为未知数的一元二次方程:  $y^2 - (m+3)y + \frac{1}{4}(5m^2 - 2m + 13) = 0 (m \text{ 为常数})$  的两个实数根, 点  $M$  在抛物线上, 连接  $MQ$ 、 $MH$ 、 $PM$ , 且  $MP$  平分  $\angle QMH$ , 求出  $t$  值及点  $M$  的坐标.



<p>微信扫二维码关注“数学吧”, 获取更多名校真题卷!</p>	<p>扫码进入九年级学习交流 2 群进行分数交流 已在九年级 1 群的不要重复加入。</p>
