师大附中博才实验中学 2019-2020 学年九年级（上）第二次月考

数学试卷(参考答案)

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	C	A	B	A	D	C	A	C	C	C

二、填空题

13、$(4,-2)$　　14、2020　　15、$15°$

16、$3\sqrt{2}$　　17、$(-1,-2)$　　18、3

三．解答题

19．解：原式$=-1+3-1-2$

$=-1$．

20．解：当$a=\sqrt{2}+1$时，原式$=\dfrac{3a+3+a-3}{(a-1)(a+1)}\times\dfrac{a+1}{a}$

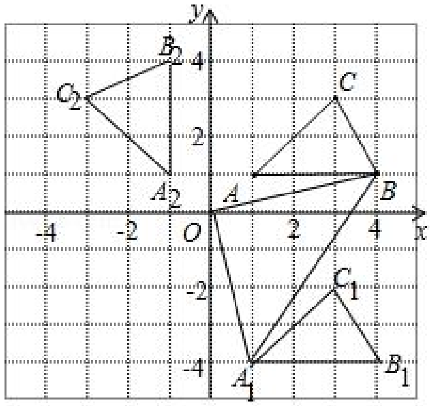
$=\dfrac{4a}{(a-1)(a+1)}\times\dfrac{a+1}{a}$

$=\dfrac{4}{a-1}$

$=\dfrac{4}{\sqrt{2}}$

$=2\sqrt{2}$

21．解：（1）如图△$A_1B_1C_1$即为所求．



（2）如图△$A_2B_2C_2$即为所求．

（3）以O，A_1，B为顶点的三角形是等腰直角三角形．理由如下：

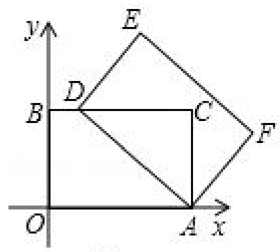
$\because OB=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$，$OA_1=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$，$BA_1=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$，

$\therefore OB=OA_1$，$OB^2+OA_1^2=AA_1^2$，

$\therefore \angle BAA_1=90°$，

$\therefore \Delta BAA_1$是等腰直角三角形．

22．解：（Ⅰ）如图①中，



图①

$\because A(5,0)$，$B(0,3)$，

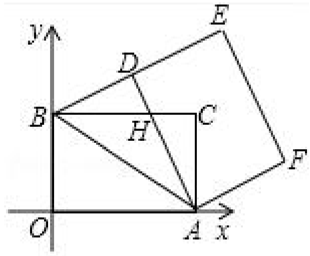
$\therefore OA=5$，$OB=3$，

$\because$四边形$AOBC$是矩形，

$\therefore AC=OB=3$，$OA=BC=5$，$\angle OBC=\angle C=90°$，

$\because$ 矩形 $ADEF$ 是由矩形 $AOBC$ 旋转得到，

$\therefore AD=AO=5$，



图②

在 Rt△ADC 中，$CD=\sqrt{AD^2-AC^2}=4$，

$\therefore BD=BC-CD=1$，

$\therefore D(1,3)$．

（Ⅱ）①如图②中，由四边形 $ADEF$ 是矩形，得到 $\angle ADE=90°$，

$\because$ 点 D 在线段 BE 上，

$\therefore \angle ADB=90°$，

由（Ⅰ）可知，$AD=AO$，又 $AB=AB$，$\angle AOB=90°$，

$\therefore \mathrm{Rt\Delta ADB}\cong\mathrm{Rt\Delta AOB(HL)}$．

②如图②中，由 $\Delta ADB\cong\Delta AOB$，得到 $\angle BAD=\angle BAO$，

又在矩形 $AOBC$ 中，$OA//BC$，

$\therefore \angle CBA=\angle OAB$，

$\therefore \angle BAD=\angle CBA$，

$\therefore BH=AH$，设 $AH=BH=m$，

则 $HC=BC-BH=5-m$，

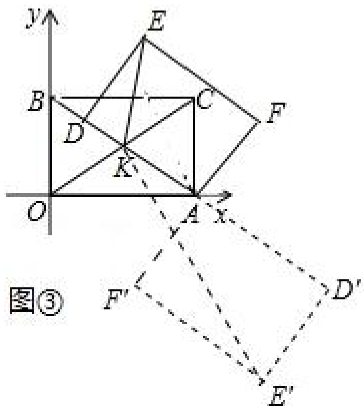
在 Rt△AHC 中，$\because AH^2=HC^2+AC^2$，

$\therefore m^2=3^2+(5-m)^2$，

$\therefore m=\frac{17}{5}$，

$\therefore BH=\frac{17}{5}$，

$\therefore H(\frac{17}{5}，3)$．



图③

（Ⅲ）如图③中，当点 D 在线段 BK 上时，ΔDEK 的面积最小，

最小值$=\frac{1}{2}\bullet DE\bullet DK=\frac{1}{2}\times3\times(5-\frac{\sqrt{34}}{2})=\frac{30-3\sqrt{34}}{4}$，

当点 D 在 BA 的延长线上时，△ $D'E'K$ 的面积最大，

最大面积$=\frac{1}{2}\times D'E'\times KD'=\frac{1}{2}\times3\times(5+\frac{\sqrt{34}}{2})=\frac{30+3\sqrt{34}}{4}$．

综上所述，$\frac{30-3\sqrt{34}}{4}\leqslant S\leqslant\frac{30+3\sqrt{34}}{4}$．

23．解：（1）设 A 型桌椅的单价为 a 元，B 型桌椅的单价为 b 元，

根据题意知，$\begin{cases}2a+b=2000\\a+3b=3000\end{cases}$，解得，$\begin{cases}a=600\\b=800\end{cases}$，

即：A，B 两型桌椅的单价分别为 600 元，800 元；

（2）根据题意知，$y=600x+800(200-x)+200\times10=-200x+162000(120\leqslant x\leqslant130)$，

（3）由（2）知，$y=-200x+162000(120\leqslant x\leqslant130)$，

$\therefore$ 当 $x=130$ 时，总费用最少，

即：购买 A 型桌椅 130 套，购买 B 型桌椅 70 套，总费用最少，最少费用为 136000 元．

24．解：（1）$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，四边形 $HEFG$ 为菱形，

$\therefore \angle D=\angle A=90^{\circ}$，$HG=HE$，又 $AH=DG=2$，

$\therefore \text{Rt}\Delta\text{AHE}\cong\text{Rt}\Delta\text{DGH(HL)}$，

$\therefore \angle DHG=\angle HEA$，

$\because \angle AHE+\angle HEA=90^{\circ}$，

$\therefore \angle AHE+\angle DHG=90^{\circ}$，

$\therefore \angle EHG=90^{\circ}$，

$\therefore$ 四边形 $HEFG$ 为正方形；

（2）过 F 作 $FM\perp DC$，交 DC 延长线于 M，连接 GE，

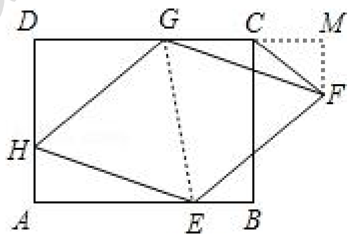
$\because AB//CD$，

$\therefore \angle AEG=\angle MGE$，

$\because HE//GF$，

$\therefore \angle HEG=\angle FGE$，

$\therefore \angle AEH=\angle MGF$，



在 ΔAHE 和 ΔMFG 中，$\angle A=\angle M=90^{\circ}$，$HE=FG$，

$\therefore \Delta AHE\cong\Delta MFG$，

$\therefore FM=HA=2$，

即无论菱形 $EFGH$ 如何变化，点 F 到直线 CD 的距离始终为定值 2，

因此 $S_{\Delta FCG}=\dfrac{1}{2}\times FM\times GC=\dfrac{1}{2}\times2\times(7-6)=1$；

（3）设 $DG=x$，则由第（2）小题得，$S_{\Delta FCG}=7-x$，

在 ΔAHE 中，$AE\leqslant AB=7$，

$\therefore HE^{2}\leqslant53$，即$x^{2}+16\leqslant53$，

$\therefore x\leqslant\sqrt{37}$，

$\therefore S_{\Delta FCG}$ 的最小值为 $7-\sqrt{37}$，此时 $DG=\sqrt{37}$，

$\therefore$ 当 $DG=\sqrt{37}$ 时，ΔFCG 的面积最小为 $(7-\sqrt{37})$．

25．解：（1）在平行四边形、矩形、菱形、正方形中只有菱形、正方形的对角线互相垂直，

故答案为：菱形、正方形；

（2）①如图1，连接 AC， BD

$\because AB=AD$，且 $CB=CD$

$\therefore AC$ 是 BD 的垂直平分线，

$\therefore AC\perp BD$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是“十字形”；

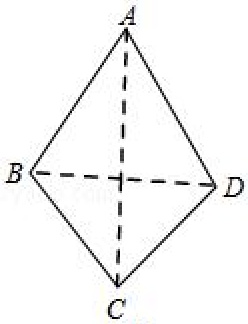


图1

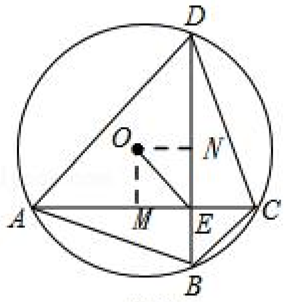


图2

②如图2

$\because \angle ADB+\angle CBD=\angle ABD+\angle CDB$，

$\angle CBD=\angle CDB=\angle CAB$，

$\therefore \angle ADB+\angle CAD=\angle ABD+\angle CAB$，

$\therefore 180^\circ-\angle AED=180^\circ-\angle AEB$，

$\therefore \angle AED=\angle AEB=90^\circ$，

$\therefore AC\perp BD$，

过点 O 作 $OM\perp AC$ 于 M， $ON\perp BD$ 于 N，连接 OA， OD，

$\therefore OA=OD=1$， $OM^2=OA^2-AM^2$， $ON^2=OD^2-DN^2$，

$AM=\dfrac{1}{2}AC$， $DN=\dfrac{1}{2}BD$，四边形 $OMEN$ 是矩形，

$\therefore ON=ME$， $OE^2=OM^2+ME^2$，

$\therefore OE^2=OM^2+ON^2=2-\dfrac{1}{4}(AC^2+BD^2)$

设 $AC=m$，则 $BD=3-m$，

$\because \odot O$ 的半径为1， $AC+BD=3$，

$\therefore 1\leqslant m\leqslant 2$，

$OE^2=-\dfrac{1}{2}m^2+\dfrac{3}{2}m-\dfrac{1}{4}=-\dfrac{1}{2}(m-\dfrac{3}{2})^2+\dfrac{7}{8}$，

$\therefore \dfrac{3}{4}\leqslant OE^2\leqslant\dfrac{7}{8}$，

$\therefore \dfrac{\sqrt{3}}{2}\leqslant OE\leqslant\dfrac{\sqrt{14}}{4}$．

26．解：（1）当 $x=0$，则 $y=-x+n=0+n=n$， $y=ax^2+bx+3=3$，

$\therefore OC=3=n$．

当 $y=0$，

$\therefore -x+3=0$， $x=3=OB$，

$\therefore B(3,0)$.

在 ΔAOC 中， $\tan\angle CAO=3$，

$\therefore OA=1$，

$\therefore A(-1,0)$.

将 $A(-1,0)$， $B(3,0)$ 代入 $y=ax^2+bx+3$，得 $\begin{cases}9a+3b+3=0\\a-b+3=0\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a=-1\\b=2\end{cases}$，

$\therefore$ 抛物线的解析式： $y=-x^2+2x+3$；

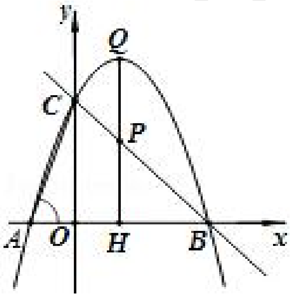
（2）如图 1，当点 P 在线段 CB 上时.

$\because$ P 点的横坐标为 t 且 PQ 垂直于 x 轴，

$\therefore$ P 点的坐标为 $(t,-t+3)$，

Q 点的坐标为 $(t,-t^2+2t+3)$.

$\therefore PQ=-t^2+2t+3-(-t+3)=-t^{2+}3t$.



（如图 1）

如图 3，当点 P 在射线 BN 上时.

$\because$ P 点的横坐标为 t 且 PQ 垂直于 x 轴，

$\therefore$ P 点的坐标为 $(t,-t+3)$，

Q 点的坐标为 $(t,-t^2+2t+3)$.

$\therefore PQ=-t+3-(-t^2+2t+3)=t^2-3t$.

$\because BO=3$，

$\therefore d=\begin{cases}-t^2+3t & (0<t<3)\\t^2-3t & (t>3)\end{cases}$

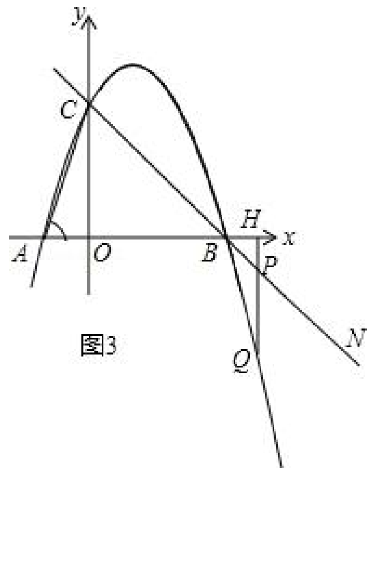


图3

答：当 $0<t<3$ 时， d 与 t 之间的函数关系式为： $d=-t^2+3t$，

当 $t>3$ 时， d 与 t 之间的函数关系式为： $d=t^2-3t$；

（3）$\because d$， e 是 $y^2-(m+3)y+\frac{1}{4}(5m^2-2m+13)=0$（$m$ 为常数）的两个实数根，

$\therefore \triangle \geqslant 0$，即$\triangle = (m+3)^2 - 4\times\frac{1}{4}(5m^2 - 2m + 13) \geqslant 0$

整理得：$\triangle = -4(m-1)^2 \geqslant 0$．

$\because -4(m-1)^2 \leqslant 0$，

$\therefore \triangle = 0$，

$\therefore -4(m-1)^2 = 0$

$\therefore m = 1$，

$\therefore y^2 - 4y + 4 = 0$．

$\because PQ$与PH是$y^2 - 4y + 4 = 0$的两个实数根，

解得：$y_1 = y_2 = 2$

$\therefore PQ = PH = 2$，

$\therefore -t + 3 = 2$，

$\therefore t = 1$，

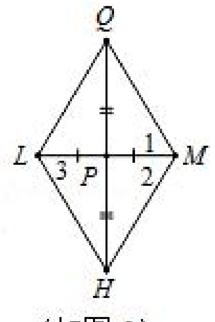
$\because y = -x^2 + 2x + 3$，

$\therefore y = -(x-1)^2 + 4$，

$\therefore$抛物线的顶点坐标是$(1,4)$．

$\therefore$此时Q是抛物线的顶点，

延长MP至L，使$LP = MP$，连接LQ、LH，如图 2，



（如图 2）

$\because LP = MP$，$PQ = PH$，

$\therefore$四边形$LQMH$是平行四边形，

$\therefore LH // QM$，

$\therefore \angle 1 = \angle 3$．

$\because \angle 1 = \angle 2$，

$\therefore \angle 2 = \angle 3$，

$\therefore LH = MH$，

$\therefore$平行四边形$LQMH$是菱形，

$\therefore PM \perp QH$，

$\therefore$ 点 M 的纵坐标与 P 点纵坐标相同，都是 2，

$\therefore$ 在 $y=-x^2+2x+3$ 中，当 $y=2$ 时，

$\therefore x^2-2x-1=0$，

$\therefore x_1=1+\sqrt{2}$，$x_2=1-\sqrt{2}$．

综上所述：t 值为 1，M 点坐标为 $(1+\sqrt{2}，2)$ 或 $(1-\sqrt{2}，2)$．