

株洲市景弘中学初三数学中考模拟卷

满分 150 分 考试时间 120 分钟

一、选择题（每小题只有一个正确答案，每小题 4 分，共 40 分）

1. 在 $|-2|$, $-(+2)$, 2^{-1} , 0 这四个数中，最小的数是 ()

- A. $|-2|$ B. $-(+2)$ C. 0 D. 2^{-1}

2. 下列运算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $2a \cdot 3a = 5a^2$ C. $2a^{-2} = \frac{1}{4a^2}$ D. $(-2a^2b^{-1}c)^{-3} = -\frac{b^3}{8a^6c^3}$

3. 下列说法正确的是 ()

- A. 检测某批次灯泡的使用寿命，适宜用全面调查
B. 可能性是 1% 的事件在一次实验中一定不会发生
C. 数据 3, 5, 4, 1, -2 的中位数是 4
D. “367 人中有 2 人同月同日出生” 为必然事件

4. 下列几何体中主视图和俯视图都为矩形的是 ()



5. 如图，已知 CD 为 $\odot O$ 的直径，过点 D 的弦 $DE \parallel OA$ ，若 $\angle D = 50^\circ$ ，则 $\angle C$ 的大小为 ()

- A. 25° B. 40° C. 30° D. 50°

6. 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，则 $\cos A$ 的值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

7. 《孙子算经》中记载：今有百鹿入城，家取一鹿，不尽，又三家共一鹿，适尽，问城中家如何？大意为：今有 100 头鹿进城，每家取一头鹿，没有取完，剩下的鹿每 3 家共取一头，恰好取完，问：城中有多少户人家？设有 x 户人家，可列方程为 ()

- A. $x + 3x = 100$ B. $x + \frac{x}{3} = 100$ C. $x + \frac{3}{x} = 100$ D. $\frac{1}{x} + \frac{3}{x} = 100$

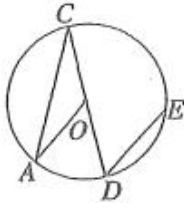
8. 如图，在平面直角坐标系中，矩形 $OABC$ 的顶点 O 在坐标原点，边 OA 在 x 轴上， OC 在 y 轴上，如果矩形 $OA'B'C'$ 与矩形 $OABC$ 关于点 O 位似，且矩形 $OA'B'C'$ 的面积等于矩形 $OABC$ 面积的 $\frac{1}{4}$ ，那么点 B' 的坐标是 ()

- A. $(3, 2)$ B. $(-2, -3)$ C. $(2, 3)$ 或 $(-2, -3)$ D. $(3, 2)$ 或 $(-3, -2)$

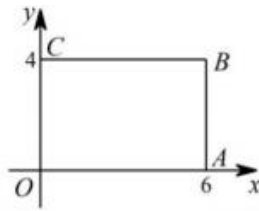
9. 图象中反映的过程是：小敏从家跑步去体育场，在那里锻炼了一阵后，又去早餐店吃早

餐, 然后散步走回家, 其中 x 表示时间, y 表示小敏离家的距离, 根据图象提供的信息, 以下说法错误的是 ()

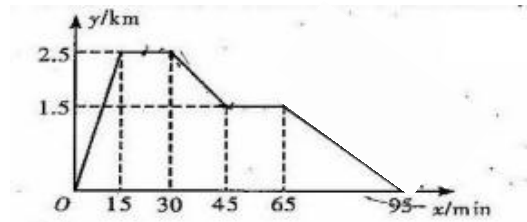
- A. 体育场离小敏家 2.5km B. 体育场离早餐店 4km
 C. 小敏从早餐店回到家用时 30min D. 小敏在体育场锻炼了 15min



第 5 题图



第 8 题图



第 9 题图

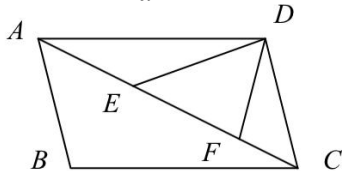
10. 现定义一种变换: 对于一个由有限个数组成的序列 S_0 , 将其中的每个数换成该数在 S_0 中出现的次数, 可得到一个新序列 S_1 , 例如序列 $S_0: (4, 2, 3, 4, 2)$, 通过变换可生成新序列 $S_1: (2, 2, 1, 2, 2)$, 若 S_0 可以为任意序列, 则下面的序列可作为 S_1 的是 ()

- A. $(1, 1, 2, 2, 3)$ B. $(2, 2, 2, 3, 3)$
 C. $(1, 2, 1, 1, 2)$ D. $(1, 2, 1, 2, 2)$

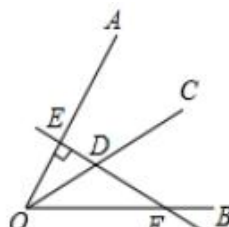
二、填空题 (本题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

11. 因式分解: $-bx^3 + 2bx^2 - bx =$ _____.
12. 在菱形 $ABCD$ 中对角线 $AC = 12$, $BD = 16$, 则这个菱形的周长为_____.
13. 2019 年 9 月 25 日到 10 月 6 日, 12 天时间里长沙黄花国际机场共运送旅客 109128 人次, 则平均每天黄花国际机场运送的旅客人数用科学记数法表示约为_____人次.
14. 株洲市某路口南北方向红绿灯的设置时间为: 红灯 40s , 绿灯 60s , 黄灯 3s , 小潘随机由南往北开车经过该路口时遇到红灯的概率是_____.
15. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E, F 是对角线 AC 上两点, $AE = EF = CD$, $\angle ADF = 90^\circ$, $\angle BCD = 63^\circ$, 则 $\angle ADE$ 的大小是_____.
16. 已知 $\angle AOB = 60^\circ$, OC 是 $\angle AOB$ 的平分线, 点 D 为 OC 上一点, 过 D 作直线 $DE \perp OA$, 垂足为点 E , 且直线 DE 交 OB 于点 F , 如图所示. 若 $DE = 2$, 则 $DF =$ _____.
17. 如图所示直线 $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B , 当直线绕着点 A 按顺时针方向旋转到与 x 轴首次重合时, 点 B 运动到点 B' 的路径的长度为_____.
18. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 下列结论中: ① $2a + b > 0$; ② $a + b \neq m(am + b)$ ($m \neq 1$ 的实数); ③ $a + c > 2$; ④在 $-1 < x < 1$ 中存在一个实数 x_0 , 使得

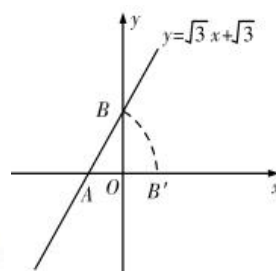
$x_0 = \frac{a+b}{-a}$. 其中正确有_____



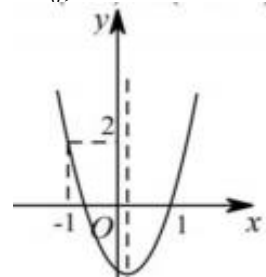
第 15 题图



第 16 题图



第 17 题图



第 18 题图

三、简答题（本大题共 8 小题，共 78 分）

19. (本题满分 6 分): $\frac{1}{2} \times (3 - \pi)^0 \times (-2)^2 + \frac{\tan 45^\circ}{\sqrt{3} + 2} + 2\cos 30^\circ - 0.3^{-1}$.

20. (本题满分 8 分) 先化简, 后求值: $\frac{x^2 - 1}{x^2 + x} \div \left(2 - \frac{x^2 + 1}{x} \right)$, 其中 $x = \sqrt{3} + 1$.

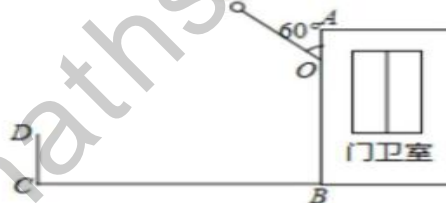
21. (本题满分 8 分) 如图①是某小区入口实景图, 图②是该入口抽象成的平面示意图, 已知入口 BC 宽 3.9 米, 门卫室外墙 AB 上的 O 点处装有一盏路灯, 点 O 与地面 BC 的距离为 3.3 米, 灯臂 OM 长为 1.2 米 (灯罩长度忽略不计), $\angle AOM = 60^\circ$.

(1) 求点 M 到地面的距离;

(2) 某搬家公司一辆总宽 2.55 米, 总高 3.5 米的货车从该入口进入时, 货车需与护栏 CD 保持 0.65 米的安全距离, 此时, 货车能否安全通过? 若能, 请通过计算说明; 若不能, 请说明理由. (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$, 结果精确到 0.01 米)



图①



图②

22. (本题满分 10 分) 九 (1) 班 48 名学生参加学校举行的“珍爱生命, 远离毒品”知识竞赛初赛, 赛后, 班长对成绩进行分析, 制作如下的频数分布表和频数分布直方图 (未完成). 余下 8 名学生成绩尚未统计, 这 8 名学生成绩如下: 60, 90, 63, 99, 67, 99, 99, 68. 请解答下列问题:

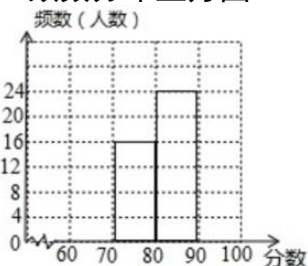
(1) 完成频数分布表: $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 补全频数分布直方图;

(3) 全校共有 600 名学生参加初赛, 估计该校成绩 $90 \leq x < 100$ 范围内的学生有多少人?

(4) 九 (1) 班甲、乙、丙三位同学的成绩并列第一, 现选两人参加决赛, 求恰好选中甲、乙两位同学的概率.

频数分布直方图



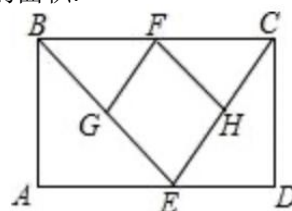
频数分布表

分数段	频数 (人数)
$60 \leq x < 70$	a
$70 \leq x < 80$	16
$80 \leq x < 90$	24
$90 \leq x < 100$	b

23. (本题满分 10 分) 已知矩形 $ABCD$ 中, E 是 AD 边上的一个动点, 点 F, G, H 分别是 BC, BE, CE 的中点.

(1) 求证: $\triangle BGF \cong \triangle FHC$;

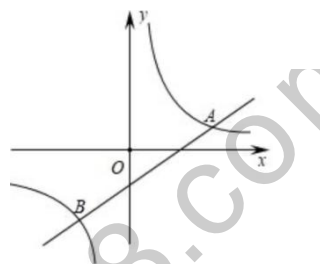
(2) 设 $AD = a$, 当四边形 $EGFH$ 是正方形时, 求矩形 $ABCD$ 的面积.



24. (本题满分 10 分) 如图, 一次函数 $y = x - 3$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象交于点 A 与点 $B(a, -4)$.

(1) 求反比例函数的表达式;

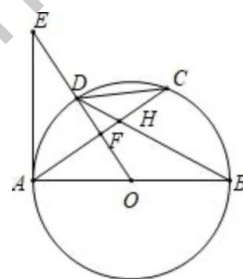
(2) 若动点 P 是第一象限内双曲线上的点 (位于 A 点左侧), 连接 OP , 且过点 P 作 y 轴的平行线交直线 AB 于点 C , 连接 OC , 若 $\triangle POC$ 的面积为 3, 求出点 P 的坐标.



25. (本题满分 12 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上一点, D 是 \widehat{AC} 的中点, E 为 OD 延长线上一点, 且 $\angle CAE = 2\angle C$, AC 与 BD 交于点 H , 与 OE 交于点 F .

(1) 求证: AE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $DH = 9$, $\tan C = \frac{3}{4}$, 求直径 AB 的长.



26. (本题满分 14 分) 如图, 已知直线 $l: y = -1$ 和抛物线 $L: y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$,

抛物线 L 的顶点为原点, 且经过点 $A\left(2\sqrt{a}, \frac{1}{4}\right)$, 直线 $y = kx + 1$ 与 y 轴交于点 F , 与抛

物线 L 交于点 $B(x_1, y_1)$, $C(x_2, y_2)$, 且 $x_1 < x_2$.

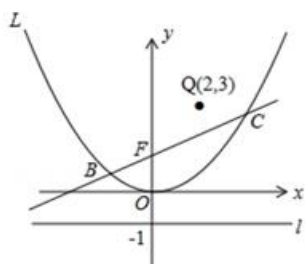
(1) 求抛物线 L 的解析式;

(2) 点 P 是抛物线 L 上的一个动点,

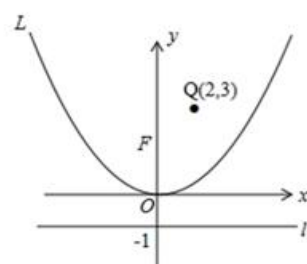
①以点 P 为圆心, PF 为半径作 $\odot P$, 试判断 $\odot P$ 与直线 l 的位置关系, 并说明理由;

②若点 $Q(2, 3)$, 当 $PQ + PF$ 的值最小时, 求点 P 的坐标;

(3) 求证: 无论 k 为何值, 直线 l 总是与以 BC 为直径的圆相切.



图①



图②