第一章　数与式

第 1 课时　实数的基本概念

一、课前热身

1. -5 的相反数是________；倒数是________；绝对值是________.
2. 16 的平方根是________，算术平方根是________；-81 的立方根是________.
3. 实数 $2,\sqrt{2},\frac{1}{2},0$ 中，无理数是________.
4. 在实数 $0,-\sqrt{3},-\frac{2}{3},|-2|$ 中，最小的数是________.

二、知识要点

1. 实数的分类

- 实数
  - 有理数（有限小数或无限循环小数）
    - 整数
      - 正整数
      - ________
      - 负整数
    - ________
      - 正分数
      - ________
  - ________（无限不循环小数）
    - 正无理数
    - 负无理数

2. 实数的有关概念

(1) 数轴的三要素：________、________和单位长度.

(2) 实数与数轴：实数与数轴上的点________对应.

(3) 实数的相反数、倒数、绝对值：

实数 a 的相反数为________；若 a,b 互为相反数，则 $a+b=$ ________；非零实数 a 的倒数为________$(a\neq 0)$；

若 a,b 互为倒数，则 $ab=$ ________；

实数 a 的绝对值为 $|a|=\begin{cases}\_\_\_\_\_\_\_\_(a\geqslant 0),\\ \_\_\_\_\_\_\_\_(a<0).\end{cases}$

3. 平方根、算术平方根、立方根

(1) 正数 a 的平方根为________，其中________叫做 a 的算术平方根；

(2) 任意一个数 a 的立方根记为________.

4. 实数大小的比较

(1) 在数轴上表示两个数的点，右边的点表示的数比左边的点表示的数________；

(2) 正数大于________，负数小于零；两个负数，绝对值大的________.

三、典例精析

【例 1】 下列各数中：$-1,0,-\sqrt{169},\frac{\pi}{2},1.101\,001\cdots\cdots$(每两个 1 之间依次多一个 0)，

$0.\dot{6}$，$\sqrt{2}-1$，$\cos 45°$，$-\cos 60°$，$\frac{22}{7}$，2，$\left|\frac{22}{7}-\pi\right|$.

有理数集合{　　　　　　　　　　}；　　正数集合{　　　　　　　　　　}；

整数集合{　　　　　　　　　　}；　　自然数集合{　　　　　　　　　　}；

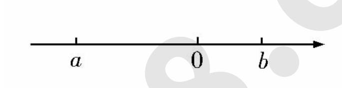
分数集合{　　　　　　　　　　}；　　无理数集合{　　　　　　　　　　}；

绝对值最小的数的集合{　　　　　　　　　　}.

【例 2】 实数 a，b 在数轴上对应点的位置如图所示，化简 $|a|+\sqrt{(a-b)^2}$ 的结果是（　　）

A. $-2a+b$　　B. $2a-b$

C. $-b$　　D. b



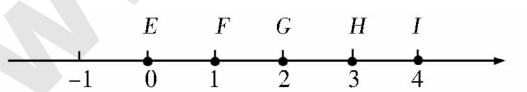
【例 3】 已知 $(x-2)^2+|y-4|+\sqrt{z-6}=0$，求 xyz 的值.

四、中考链接

1.（2018·株洲）如图，$\frac{2}{5}$ 的倒数在数轴上表示的点位于下列哪两个点之间（　　）

A. 点 E 和点 F　　B. 点 F 和点 G

C. 点 G 和点 H　　D. 点 H 和点 I



2.（2019·江苏）下列个数中，小于 -2 的数是（　　）

A. $-\sqrt{5}$　　B. $-\sqrt{3}$　　C. $-\sqrt{2}$　　D. -1

3.（2018·菏泽）下列各数：-2，0，$\frac{1}{3}$，0.020020002…，π，$\sqrt{9}$，其中无理数的个数是（　　）

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

4.（2019·甘肃）已知 $|a|=1$，b 是 2 的相反数，则 $a+b$ 的值为（　　）

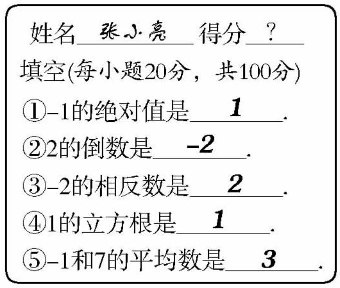
A. -3　　B. -1　　C. -1 或 -3　　D. 1 或 -3

五、拓展训练

1. 在数轴上到原点距离等于 3 的点所表示的数是（　　）

A. -3　　B. 3　　C. ± 3　　D. 不能确定

2. 如图为张小亮的答卷，他的得分应是（　　）

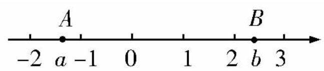

姓名　张小亮　得分　?
填空(每小题20分，共100分)
①-1的绝对值是　1　.
②2的倒数是　-2　.
③-2的相反数是　2　.
④1的立方根是　1　.
⑤-1和7的平均数是　3　.

A. 100 分　　B. 80 分　　C. 60 分　　D. 40 分

3. 下列各数：$\frac{1}{3}$，π，$\sqrt[3]{8}$，$\cos 60°$，0，$\sqrt{3}$，其中无理数的个数是（　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

4. 如图，若 A，B 两点在数轴上表示的数分别是 a，b，则下列式子成立的是（　　）



A. $a+b<0$　　B. $-a<-b$　　C. $1-2a>1-2b$　　D. $|a|-|b|>0$

5. 对于实数 p，q，我们用符号 $\min\{p,q\}$ 表示 p，q 两数中较小的数，如 $\min\{1,2\}=1$，因此 $\min\{-\sqrt{2},-\sqrt{3}\}=$________；若 $\min\{(x-1)^2,x^2\}=1$，则 $x=$________________.

第 2 课时　实数的运算及科学记数法

一、课前热身

1. $-3+4=$______，$-4-2=$______，$2-(-6)=$______，$2\times(-6)=$______；

2. $(-2)^2=$______；$-2^2=$______；$3^{-2}=$______；$(-\frac{1}{3})^{-2}=$______；$(\pi-3)^0=$______.

3. $3^0\times(\frac{1}{2})^{-2}+|-2|=$________.

4. 据国家旅游局统计，2017 年端午小长假全国各大景点共接待游客约为 82 600 000 人次，数据 82 600 000 用科学记数法表示为（　　）

A. 0.826×10^6　　B. 8.26×10^7　　C. 82.6×10^6　　D. 8.26×10^8

二、知识要点

1. 实数的运算

（1）在实数范围内，加、减、乘、除（除数不为 0）、乘方都可以进行，但开方运算不一定能进行，正实数和 0 总能进行开方运算，而负实数只能开立方，不能________.

（2）有理数的一切运算性质和运算律都适用于实数运算.

（3）实数的运算顺序：先算________、开方，再算乘除，最后算________，有括号要先算括号内的，若没有括号，在同一级运算中，要从________至________依次进行运算.

（4）实数的混合运算经常把零指数幂、负整数指数幂、绝对值、根式、三角函数等知识结合起来，解决这类问题时，应明确各种运算的含义，如：$a^0=$________$(a\neq0)$，$a^{-p}=$________

($a \neq 0$，p 是正整数)，$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=$ ________.

2. 运算律

(1) 加法交换律：________________；(2) 加法结合律：________________；

(3) 乘法交换律：________________；(4) 乘法结合律：________________；

(5) 分配律：________________.

3. 科学记数法、近似数和有效数字

(1) 科学记数法：一般形式为 $a\times10^{n}$(________ $\leqslant|a|<$ ________，n 为整数).

(2) 近似数：一个近似数，四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到哪一位；从左边第一个不为 0 的数开始到最末一个数为止，都是这个近似数的有效数字.

三、典例精析

【例 1】 下列运算正确的是 ( )

A. $\sqrt{4}=2$　　B. $(-3)^2=-9$　　C. $2^{-3}=8$　　D. $2^0=0$

【例 2】 计算：

(1) $(1-\sqrt{2})^0-\sqrt{12}+|-2|+4\cos30^\circ$　　(2) $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{12}-\frac{4}{15}\right)\times(-60)$

(3) $-1.53\times0.75+0.53\times\frac{3}{4}-4\times0.75$

【例 3】 某微生物的直径为 0.000 005 035 m，用科学记数法表示该数为 ( )

A. 5.035×10^{-6}　　B. 50.35×10^{-5}　　C. 5.035×10^{6}　　D. 5.035×10^{-5}

【例 4】 如表是一个 4×4(4 行 4 列共 16 个“数”组成) 的奇妙方阵，从这个方阵中选四个“数”，而且这四个“数”中的任何两个不在同一行，也不在同一列，有很多选法，把每次选出的四个“数”相加，其和是定值，则方阵中第三行三列的“数”是 ( )

3^0	$\sqrt{4}$	$2\sqrt{3}\sin60^\circ$	2^2
-3	-2	$-\sqrt{2}\sin45^\circ$	0
$\|-5\|$	6		2^3
$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$	4	$\sqrt{25}$	$\left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

四、中考链接

1. (2019·湖南) 下列运算正确的是 ( )

A. $\sqrt{(-2)^2}=-2$　　B. $(2\sqrt{3})^2=6$

C. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$

2. (1)(2017·株洲) 计算：$\sqrt{8}+2017^0\times(-1)-4\sin45^\circ$.

(2)(2018·株洲) 计算：$\left|-\frac{3}{2}\right|+2^{-1}-3\tan45^\circ$.

(3)(2019·株洲)计算：$|-\sqrt{3}|+\pi-2\cos 30^\circ$.

3.(2019·湖南)下面是一个简单的数值运算程序，当输入 x 的值为 16 时，输出的数值为________.(用科学计算器计算或笔算).

输入 x → $\sqrt{\quad}$ → $+2$ → $+1$ → 输出

4.(2019·四川)第二届“一带一路”国际合作高峰论坛于2019年4月25日至27日在北京召开，“一带一路”建设进行5年多来，中资金融机构为“一带一路”相关国家累计发放贷款250 000 000 000元，重点支持了基础设施、社会民生等项目. 数字250 000 000 000用科学记数法表示，正确的是　　(　　)

A. 0.25×10^{11}　　B. 2.5×10^{11}　　C. 2.5×10^{10}　　D. 25×10^{10}

5.(2019·株洲)从 $-1,1,2,4$ 四个数中任取两个不同的数(记作 a_k,b_k)构成一个数组 $M_K=\{a_k,b_k\}$(其中 $k=1,2\cdots S$，且将 $\{a_k,b_k\}$ 与 $\{b_k,a_k\}$ 视为同一个数组)，若满足：对于任意的 $M_i=\{a_i,b_i\}$ 和 $M_j=\{a_j,b_j\}$($i\neq j,1\leqslant i\leqslant S,1\leqslant j\leqslant S$)都有 $a_i+b_i\neq a_j+b_j$，则 S 的最大值　　(　　)

A. 10　　B. 6　　C. 5　　D. 4

五、拓展训练

1. 计算：

(1) $22-(-28)+(-9)-17$　　(2) $\frac{8}{5}\times(-\frac{1}{4})\div(-\frac{2}{3})$

(3) $17-2^3\div(-2)\times3$　　(4) $-4^2\times(\frac{3}{2}+\frac{1}{4}-\frac{5}{8})$

2.(1)计算：$\sqrt{(-2)^2}-|-1|+(2012-\pi)^0-(\frac{1}{2})^{-1}$.

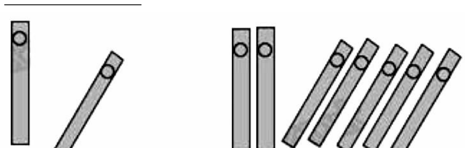
(2)计算：$2^{-1}+\cos 60^\circ-|-3|$.

(3)计算：$\sqrt{4}-(\pi-2)^0-|-5|+(-1)^{2012}+(\frac{1}{3})^{-2}$.

3. 2016年，我国国内生产总值达到74.4万亿元. 数据“74.4万亿”用科学计数法表示为　　(　　)

A. 74.4×10^{12}　　B. 7.44×10^{13}　　C. 74.4×10^{13}　　D. 7.44×10^{14}

4. 中国人最先使用负数，魏晋时期的数学家刘徽在“正负术”的注文中指出，可将算筹(小棍形状的记数工具)正放表示正数，斜放表示负数. 如图，根据刘徽的这种表示法，观察图①，可推算图②中所得的数值为________.



①表示(+1)+(−1)=0　　②

第3课时 整式概念及加减运算

一、课前热身

1. 多项式 $x^2y+2xy-x-1$ 的次数是________；它是一个______次______项式.

2. 计算：$\frac{1}{2}(2x+1)-2(x-1)=$ ________；$2(x-4)-\frac{1}{3}(2x-3)=$ ________.

3. 如果整式 $x^{n-2}-5x+2$ 是关于 x 的三次三项式，那么 n 等于 （　　）

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

二、知识要点

1. 整式分类：

代数式 $\begin{cases} 有理式 \begin{cases} 整式 \begin{cases} 单项式 \\ 多项式 \end{cases} \\ 分式 \end{cases} \\ 无理式 \end{cases}$

比较下列两个概念

(1) 单项式的次数：__________________；(2) 多项式的次数：__________________.

2. 代数式、代数式的值

(1) 代数式：代数式是由运算符号(加、减、乘、除、乘方、开方)把________或表示________的________连接而成的式子，单独的一个数或一个字母也是代数式.

(2) 代数式的值：用数值代替代数式里的________，计算后所得的结果.

3. 同类项：所含________________相同，且____________也相同的项叫做同类项.

4. 合并同类项：只把系数____________，所含字母及字母的指数不变.

5. 整式的加减运算：实际就是__________.

6. 去括号法则：____________________，____________________.

三、典例精析

【例1】 代数式 $3m+n$，$-2mn$，p，$\frac{x-b}{2}$，0，$\frac{1}{x}$ 中，单项式有 （　　）

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

【例2】 单项式 $9x^my^3$ 与单项式 $4x^2y^n$ 是同类项，则 $m+n$ 的值是 （　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

【例3】 先化简，再求值：$3(2x^2-xy)-4(-6+xy+x^2)$，其中 $x=-1$，$y=\frac{1}{7}$.

【例4】 已知当 $x=1$ 时，$2ax^2+bx$ 的值为3，则当 $x=2$ 时，ax^2+bx 的值为________.

四、中考链接

1.（2019·岳阳）下列运算结果正确的是　（　　）

A. $3x-2x=1$　　B. $x^3\div x^2=x$

C. $x^3\cdot x^2=x^6$　　D. $x^2+y^2=(x+y)^2$

2.（2014·佛山）多项式 $1+2xy-3xy^2$ 的次数及最高次项的系数分别是　（　　）

A. 3，-3　　B. 2，-3

C. 5，-3　　D. 2，3

3.（2014·济宁）如果整式 $x^{n-2}-5x+2$ 是关于 x 的三次三项式，那么 n 等于　（　　）

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

4.（2019·滨州）若 $8x^my$ 与 $6x^3y^n$ 的和是单项式，则 $(m+n)^3$ 的平方根为　（　　）

A. 4　　B. 8　　C. ±4　　D. ±8

五、拓展训练

1. 化简：$a-[b-(c-b)]=$ ________.

2. 已知一个多项式与 $3x^2+9x$ 的和等于 $3x^2+4x-1$，则这个多项式是　（　　）

A. $-5x-1$　　B. $5x+1$

C. $-13x-1$　　D. $13x+1$

3. 若单项式 $2x^2y^{a+b}$ 与 $-x^{a-b}y^4$ 是同类项，则 a,b 的值分别为　（　　）

A. $a=3,b=1$　　B. $a=-3,b=1$

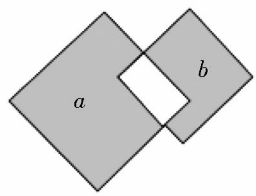
C. $a=3,b=-1$　　D. $a=-3,b=-1$

4. 若单项式 $x^{m-n}y^n$ 与 $4x^{2n}y^3$ 的差是 $-3x^{m-n}y^3$，则　（　　）

A. $m\neq9$　　B. $n\neq3$

C. $m=9$ 且 $n=3$　　D. $m\neq9$ 且 $n\neq3$

5. 如图，两个正方形的面积分别为 16，9，两阴影部分的面积分别为 $a,b(a>b)$，则 $(a-b)$ 等于　（　　）



A. 7　　B. 6

C. 5　　D. 4

第 4 课时　　整式的乘除运算

一、课前热身

1. $a^3\cdot a^2=$ ________；$(a^3)^2=$ ________；$a^3\div a^{-2}=$ ________；$3x(2x-1)=$ ________.

2. $(2a-3)(2a+3)=$ ________；$(1+2b)^2=$ ________；$(2a-3b)^2=$ ________.

3. 下列计算正确的是　（　　）

A. $x^4\cdot x^4=x^{16}$　　B. $(a^3)^2=a^5$

C. $(ab^2)^3=ab^6$　　D. $a+2a=3a$

二、知识要点

1. 整式的乘除运算

(1) 整式的乘法(各举一例)

①$2ab\cdot\frac{1}{4}a^2b=$ ________；　②$-2x\cdot(3x^2-x+1)=$ ________；

③$(3m-n)(m+2n)=$ ________；

(2) 整式的除法(各举一例)

①$8x^3y^5\div(2xy^2)=$ ________；　②$(6x-2x^2+x^3)\div(2x)=$ ________；

(3) 乘法公式：

① 平方差公式：________；　② 完全平方公式：________.

2. 幂的运算性质

(1)$a^m\cdot a^n=$ ______(m,n 都是正整数).

(2)$(ab)^n=$ ______(n 是正整数).

(3)$(a^m)^n=$ ______(m,n 都是正整数).

(4)$a^m\div a^n=$ ______($a\neq0,m,n$ 都是正整数，且 $m>n$).

三、典例精析

【例 1】 下列计算正确的是　(　　)

A. $a^5+a^5=a^{10}$　B. $a^7\div a=a^6$

C. $a^3\cdot a^2=a^6$　D. $(-a^3)^2=-a^6$

【例 2】 若 $3^x=4,9^y=7$，则 3^{x-2y} 的值为　(　　)

A. $\frac{4}{7}$　B. $\frac{7}{4}$　C. -3　D. $\frac{2}{7}$

【例 3】 先化简，再求值：$(x+y)(x-y)-(4x^3y-8xy^3)\div(2xy)$，其中 $x=-1,y=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

【例 4】 已知 $a+b=4,ab=-12$，求 $(a-b)^2$ 的值.

四、中考链接

1. (1)(2017 · 株洲) 计算 $a^4\cdot a^2$ 的结果是　(　　)

A. a^2　B. a^4　C. a^6　D. a^8

(2)(2018 · 株洲) 下列运算正确的是　(　　)

A. $2a+3b=5ab$　B. $(-ab)^2=a^2b$

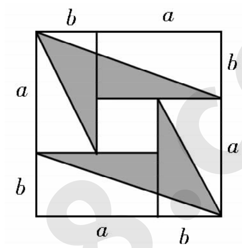
C. $a^2\cdot a^4=a^8$　D. $\frac{2a^6}{a^3}=2a^3$

2. (2018 · 泰州) 计算：$\frac{1}{2}x\cdot(-2x^2)^3=$ ______.

3. (2018 · 大庆) 若 $2^x=5,2^y=3$，则 $2^{2x+y}=$ ______.

4.（2018·邵阳）先化简，再求值：$(a-2b)(a+2b)-(a-2b)^2+8b^2$，其中 $a=-2$，$b=\frac{1}{2}$.

5.（2019·资阳）4 张长为 a、宽为 $b(a>b)$ 的长方形纸片，按如图的方式拼成一个边长为 $(a+b)$ 的正方形，图中空白部分的面积为 S_1，阴影部分的面积为 S_2. 若 $S_1=2S_2$，则 a、b 满足（　　）



A. $2a=5b$　　B. $2a=3b$
C. $a=3b$　　D. $a=2b$

五、拓展训练

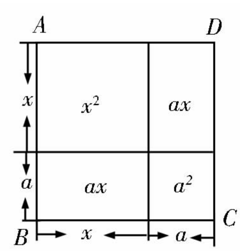
1. 下列运算正确的是（　　）
A. $m^6\div m^2=m^3$　　B. $3m^2-2m^2=m^2$
C. $(3m^2)^3=9m^6$　　D. $\frac{1}{2}m\cdot 2m^2=m^2$

2. 下列各式由左到右的变形中，属于分解因式的是（　　）
A. $a(m+n)=am+an$　　B. $a^2-b^2-c^2=(a-b)(a+b)-c^2$
C. $10x^2-5x=5x(2x-1)$　　D. $x^2-16+6x=(x+4)(x-4)+6x$

3. 若 x 是 2 的相反数，$|y|=3$，则 $x-y$ 的值是（　　）
A. -5　　B. 1　　C. -1 或 5　　D. 1 或 -5

4. 若关于 x 的二次三项式 $x^2+ax+\frac{1}{4}$ 是完全平方式，则 a 的值是________.

5. 如图，给出了正方形 $ABCD$ 的面积的四个表达式，其中错误的是（　　）



A. $(x+a)(x+a)$
B. x^2+a^2+2ax
C. $(x-a)(x-a)$
D. $(x+a)a+(x+a)x$

6.（2018·乌鲁木齐）先化简，再求值：$(x+1)(x-1)+(2x-1)^2-2x(2x-1)$，其中 $x=\sqrt{2}+1$.

第 5 课时　因式分解

一、课前热身

1. 因式分解：$2ab^2+2a^2b=$__________；$1-4a^2=$__________；
$4a^2-4ab+b^2=$__________；

2. 分解因式：$x^3-9x=$__________.

3. 已知 $a+b=10$，$a-b=8$，则 $a^2-b^2=$________.

二、知识要点

1. 分解因式：把一个多项式化成几个因式________的形式.
2. 分解因式的方法：
(1) 提公因式法：$ma+mb+mc=$ ________.
(2) 公式法：$a^2-b^2=$ ________；$a^2\pm 2ab+b^2=$ ________.
3. 一般步骤："一提""二套""三分组".
4. 因式分解的要求：分解因式要分解________.

三、典例精析

【例 1】 下列各式由左边到右边的变形中，是因式分解的是 （　　）

A. $a(x+y)=ax+ay$　　B. $x^2-4x+4=x(x-4)+4$

C. $10x^2-5x=5x(2x-1)$　　D. $x^2-16+3x=(x+4)(x-4)+3x$

【例 2】 下列各式能分解因式的有 （　　）

①$x^2-3xy+9y^2$；②x^2-y^2-2xy；③$-a^2-b^2-2ab$；

④$-x^2-16y^2$；⑤$-a^2+9b^2$；⑥$4x^2-2xy+\frac{1}{4}y^2$.

A. 5 个　　B. 4 个　　C. 3 个　　D. 2 个

【例 3】 分解因式：

(1)a^3-4a；　　(2)y^3-4y^2+4y；

(3)$8a^3b-24ab^3c$；　　(4)$6(a-2)+a(2-a)$；

(5)$m^2+6n-mn-6m$；　　(6)$1-a^2-b^2+2ab$.

四、中考链接

1. (2016·潍坊)将下列多项式因式分解，结果中不含有因式 $a+1$ 的是 （　　）

A. a^2-1　　B. a^2+a

C. a^2+a-2　　D. $(a+2)^2-2(a+2)+1$

2. (1)(2017·哈尔滨)把多项式 $4ax^2-9ay^2$ 分解因式的结果是____________.

(2)(2017·株洲)因式分解：$m^3-mn^2=$ ____________.

(3)(2018·株洲)因式分解：$a^2(a-b)-4(a-b)=$ ____________.

(4)(2019·株洲)下列各选项中因式分解正确的是 （　　）

A. $x^2-1=(x-1)^2$　　B. $a^3-2a^2+a=a^2(a-2)$

C. $-2y^2+4y=-2y(y+2)$　　D. $m^2n-2mn+n=n(m-1)^2$

五、拓展训练

1. 分解因式：$x^3-4x^2-12x=$ ________.
2. 分解因式：$ab-ac+bc-b^2=$ ________.
3. 把多项式 x^2+mx+5 因式分解得 $(x+5)(x+n)$，则 $m=$ ________，$n=$ ________.
4. 已知 x^2-4x+4 与 $|y-1|$ 互为相反数，则式子 $(\frac{x}{y}-\frac{y}{x})\div(x+y)$ 的值等于________.

第 6 课时　分式(一)

一、课前热身

1. 若分式 $\frac{1}{x-3}$ 有意义，则 x 的取值范围是 (　　)

A. $x>3$　　B. $x<3$

C. $x\neq 3$　　D. $x=3$

2. (1) 填空：$\frac{3a}{a+6}=\frac{6ab}{(\quad)}(b\neq 0)$；$\frac{(\quad)}{x^2-4y^2}=\frac{x}{x+2y}$.

(2) 如果把分式 $\frac{5x}{x+y}$ 中的 x 与 y 都扩大 10 倍，那么这个代数式的值 (　　)

A. 不变　　B. 扩大 50 倍

C. 扩大 10 倍　　D. 缩小为原来的 $\frac{1}{10}$

(3) 分式 $\frac{a}{a^2+2a}$ 化简的结果为________.

二、知识要点

1. 分式的概念：

一个整式 f 除以一个非零的整式 g，所得的商叫做分式. g 中必须具有条件________.

2. 分式值为 $0\Leftrightarrow$ 分母 $\neq 0$，分子 $=0$；

分式有意义 $\Leftrightarrow$ 分母 $\neq 0$；分式无意义 $\Leftrightarrow$ 分母 $=0$.

3. 分式的性质、约分、通分及符号法则：

(1) 性质：$\frac{A}{B}=\frac{A\times M}{B\times M}$，$\frac{A}{B}=\frac{A\div M}{B\div M}$（其中 M 是________的整式）.

(2) 约分：把一个分式的分子和分母的________约去，这种变形叫做约分.

(3) 通分：根据分式的基本性质把异分母的分式化为________的分式，这一过程叫做通分.

(4) 分式的符号法则：根据分式的性质，分子、分母、分式本身的符号，改变其中任意两个，分式的值不改变. 即符号法则：$-\frac{b}{a}=-\frac{(\quad)}{-a}=+\frac{(\quad)}{-a}=+\frac{(\quad)}{a}$.

三、典例精析

【例 1】 下列运算中错误的是 ( )

A. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{ac}{bc}(c\neq 0)$　　B. $\dfrac{-a-b}{a+b}=-1$

C. $\dfrac{0.5a+0.1}{0.2a-0.3b}=\dfrac{5a+1}{2a-3b}$　　D. $\dfrac{x-y}{x+y}=\dfrac{y-x}{y+x}$

【例 2】 (1) 要使分式 $\dfrac{1}{x+2}$ 有意义，则 x 的取值应满足 ( )

A. $x=-2$　　B. $x\neq 2$　　C. $x>-2$　　D. $x\neq -2$

(2) 分式 $\dfrac{|x|-3}{x+3}$ 的值为 0，则 x 的值为 ( )

A. 3　　B. -3　　C. ± 3　　D. 任意实数

【例 3】 老师设计了接力游戏，用合作的方式完成分式化简，规则是：每人只能看到前一人给的式子，并进行一步计算，再将结果传递给下一人，最后完成化简. 过程如图所示：

老师	甲	乙	丙	丁
$\dfrac{x^2-2x}{x-1}\div\dfrac{x^2}{1-x}$	$\dfrac{x^2-2x}{x-1}\cdot\dfrac{1-x}{x^2}$	$\dfrac{x^2-2x}{x-1}\cdot\dfrac{x-1}{x^2}$	$\dfrac{x(x-2)}{x-1}\cdot\dfrac{x-1}{x^2}$	$\dfrac{x-2}{2}$

接力中，自己负责的一步出现错误的是 ( )

A. 只有乙　　B. 甲和丁　　C. 乙和丙　　D. 乙和丁

四、中考链接

1. (2019 · 贺州) 要使分式 $\dfrac{1}{x+1}$ 有意义，则 x 的取值范围是________.

2. (2015 · 益阳) 下列等式成立的是 ( )

A. $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}=\dfrac{3}{a+b}$　　B. $\dfrac{2}{2a+b}=\dfrac{1}{a+b}$

C. $\dfrac{ab}{ab-b^2}=\dfrac{a}{a-b}$　　D. $\dfrac{a}{-a+b}=-\dfrac{a}{a+b}$

3. (2019 · 扬州) 分式 $\dfrac{1}{3-x}$ 可变形为 ( )

A. $\dfrac{1}{3+x}$　　B. $-\dfrac{1}{3+x}$　　C. $\dfrac{1}{x-3}$　　D. $-\dfrac{1}{x-3}$

4. (2016 · 滨州) 下列分式中，最简分式是 ( )

A. $\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$　　B. $\dfrac{x+1}{x^2-1}$　　C. $\dfrac{x^2-2xy+y^2}{x^2-xy}$　　D. $\dfrac{x^2-36}{2x+12}$

五、拓展训练

1. 如果代数式 $\dfrac{\sqrt{x}}{x-1}$ 有意义，那么 x 的取值范围是 ( )

A. $x\geqslant 0$　　B. $x\neq 1$　　C. $x>0$　　D. $x\geqslant 0$ 且 $x\neq 1$

2. 已知分式$\dfrac{|x|-4}{x^2+x-20}=0$，则 x 的值为________.

3. 已知$\dfrac{a}{|a|}+\dfrac{b}{|b|}=0$，则$\dfrac{ab}{|ab|}$的值为________.

4. 化简：$\dfrac{4a^2-4a+1}{4a^2-1}=$ ________.

5. 化简分式$\dfrac{xy^2-x^2y}{x-y}$的结果是　　　　(　　)

A. xy　　B. $-xy$　　C. x^2-y^2　　D. y^2-x^2

第 7 课时　分式(二)

一、课前热身

1. 计算：$\dfrac{2x}{x+1}+\dfrac{1-x}{x+1}=$ ________；计算：$\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=$ ________

2. 计算：$\dfrac{x+y}{x}\cdot\dfrac{x}{x^2-y^2}=$ ________；计算：$\dfrac{(a+b)^2}{a^2-b^2}=$ ________.

二、知识要点

1. 分式的加、减、乘及除运算

(1) 同分母分式相加减：分母________，分子________，最后还要________.

即$\dfrac{a}{c}\pm\dfrac{b}{c}=$ ________.

(2) 异分母分式相加减：先________，然后分母________，分子________，最后仍要________.

即$\dfrac{a}{b}\pm\dfrac{c}{d}=$ ________ $=\dfrac{ad\pm bc}{bd}$.

(3) 分式的乘除法：$\dfrac{b}{a}\cdot\dfrac{d}{c}=\dfrac{bd}{ac}$，$\dfrac{b}{a}\div\dfrac{n}{m}=\dfrac{b}{a}\cdot\dfrac{m}{n}=\dfrac{bm}{an}$.

分式的乘法实质上就是：分子与分母分别相乘，然后约分.

(4) 分式的乘方：$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n=$ ________.

2. 混合运算：先算乘方，再算乘除，最后进行加减运算，遇有括号先算括号里面的.

注意：(1) 如果分子、分母是多项式，在运算中要进行多项式的因式分解.

(2) 分式运算的结果要化成最简分式.

三、典例精析

【例 1】 学完分式运算后，老师出了一道题：化简$\dfrac{x+3}{x+2}+\dfrac{2-x}{x^2-4}$.

小明的做法是：原式 $=\dfrac{(x+3)(x-2)}{x^2-4}-\dfrac{x-2}{x^2-4}=\dfrac{x^2+x-6-x-2}{x^2-4}=\dfrac{x^2-8}{x^2-4}$；

小亮的做法是：原式 $=(x+3)(x-2)+(2-x)=x^2+x-6+2-x=x^2-4$；

小芳的做法是：原式 $=\dfrac{x+3}{x-2}-\dfrac{x-2}{(x+2)(x-2)}=\dfrac{x+3}{x-2}-\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{x+3-1}{x+2}=1$.

其中正确的是 （　　）

A. 小明　　B. 小亮　　C. 小芳　　D. 没有正确的

【例 2】（2018·天门）化简：$\frac{4a+4b}{5ab}\cdot\frac{15a^2b}{a^2-b^2}$.

【例 3】 当 $x=\sqrt{2}-1$ 时，代数式 $\frac{x^2-2x+1}{x+1}\div\frac{x-1}{x^2+x}+x=$ ______.

四、中考链接

1.（2016·河北）下列运算结果为 $x-1$ 的是 （　　）

A. $1-\frac{1}{x}$　　B. $\frac{x^2-1}{x}\cdot\frac{x}{x+1}$

C. $\frac{x+1}{x}\div\frac{1}{x-1}$　　D. $\frac{x^2+2x+1}{x+1}$

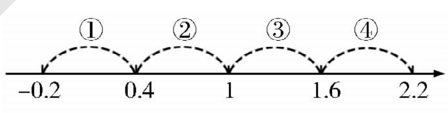
2.（2018·南充）已知 $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=3$，则代数式 $\frac{2x+3xy-2y}{x-xy-y}$ 的值是 （　　）

A. $-\frac{7}{2}$　　B. $-\frac{11}{2}$　　C. $\frac{9}{2}$　　D. $\frac{3}{4}$

4.(1)（2017·株洲）化简求值：$(x-\frac{y^2}{x})\cdot\frac{y}{x+y}-y$，其中 $x=2$，$y=\sqrt{3}$.

(2)（2019·株洲）先化简，再求值：$\frac{a^2-a}{(a-1)^2}-\frac{a+1}{a}$，其中 $a=\frac{1}{2}$.

5.（2019·河北）如图，若 x 为正整数，则表示 $\frac{(x+2)^2}{x^2+4x+4}-\frac{1}{x+1}$ 的值的点落在 （　　）



A. 段 ①　　B. 段 ②　　C. 段 ③　　D. 段 ④

五、拓展训练

1. 计算：$\frac{3b^2}{a}\cdot\frac{a}{b}=$ ______.

2. 化简：$(\frac{2}{a+1}+\frac{a+2}{a^2-1})\div\frac{a}{a-1}$.

3. 计算 $a^3\cdot(\frac{1}{a})^2$ 的结果是 （　　）

A. a　　B. a^5　　C. a^6　　D. a^9

4. 先化简，再求值：$a-2+\dfrac{a^2-1}{a-1}$，其中 $a=3$.

5. 先化简：$\dfrac{x}{2x+3}\div\dfrac{3}{4x^2-9}\cdot\dfrac{1}{2}\left(1+\dfrac{3}{2x-3}\right)$，若结果等于$\dfrac{2}{3}$，求出相应 x 的值.

第 8 课时　二次根式

一、课前热身

1. 化简：

$\sqrt{12}=$________；$-\sqrt{27}=$________；$\sqrt{8}-\sqrt{2}=$________；$\sqrt{3^2+4^2}=$________.

$\sqrt{2^2}=$________；$\sqrt{(-2)^2}=$________；$(\sqrt{2})^2=$________；$-(\sqrt{2})^2=$________.

2. 若式子 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是________.

3. 若 $\sqrt{20n}$ 是整数，则正整数 n 的最小值为________.

二、知识要点

1. 二次根式的有关概念

(1) 形如$\sqrt{a}$(________) 的式子叫做二次根式.

(2) 最简二次根式：① 被开方数中不含________；② 被开方数中不含________的因数或因式.

2. 二次根式的性质

(1) $\sqrt{a}(a\geqslant 0)$ 是________数.

(2) $(\sqrt{a})^2=$________$(a\geqslant 0)$；$\sqrt{a^2}=$________.

(3) $\sqrt{ab}=$________$(a\geqslant 0,b\geqslant 0)$，$\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$($a$________ 0，$b$________ 0).

3. 二次根式的运算

(1) 二次根式的加减法：先将二次根式化成________二次根式，再合并________二次根式.

(2) 二次根式的乘除法：$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=$________$(a\geqslant 0,b\geqslant 0)$；$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=$________$(a\geqslant 0,b>0)$.

注意：二次根式运算的最后结果应化成________二次根式.

三、典例精析

【例 1】 (1) 如果 $\sqrt{(2a-1)^2}=1-2a$，那么　　(　　)

A. $a<\dfrac{1}{2}$　　B. $a\leqslant\dfrac{1}{2}$　　C. $a>\dfrac{1}{2}$　　D. $a\geqslant\dfrac{1}{2}$

(2) 若 $\sqrt{20n}$ 是整数，则正整数 n 的最小值为____________.

【例 2】 (1) 计算：$\sqrt{24}\times\sqrt{\frac{1}{3}}-4\times\sqrt{\frac{1}{8}}\times(1-\sqrt{2})^0$.

(2) 计算：$\left(3\sqrt{12}-2\sqrt{\frac{1}{3}}+\sqrt{48}\right)\div(2\sqrt{3})$.

【例 3】 已知实数 x,y,m 满足 $\sqrt{x+2}+|3x+y+m|=0$，若 y 为负数，则 m 的取值范围是 ( )

A. $m>6$　　B. $m<6$　　C. $m>-6$　　D. $m<-6$

四、中考链接

1.(2018·曲靖) 下列二次根式中能与 $2\sqrt{3}$ 合并的是 ( )

A. $\sqrt{8}$　　B. $\sqrt{\frac{1}{3}}$　　C. $\sqrt{18}$　　D. $\sqrt{9}$

2.(2019·天津) 估计 y_2 的值在 ( )

A. 2 和 3 之间　　B. 3 和 4 之间　　C. 4 和 5 之间　　D. 5 和 6 之间

3.(2018·无锡) 下列等式正确的是 ( )

A. $(\sqrt{3})^2=3$　　B. $\sqrt{(-3)^2}=-3$　　C. $\sqrt{3^3}=3$　　D. $(-\sqrt{3})^2=-3$

4.(2018·泰州) 下列运算正确的是 ( )

A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{18}=2\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{2}\div\sqrt{\frac{1}{2}}=2$

5.(2108·株洲) 先化简，再求值：$\frac{x^2+2x+1}{y}\cdot(1-\frac{1}{x+1})-\frac{x^2}{y}$，其中 $x=2$，$y=\sqrt{2}$.

五、拓展训练

1. $\sqrt{48}-9\sqrt{\frac{1}{3}}$ 的结果是 ( )

A. $-\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $-\frac{11}{3}\sqrt{3}$　　D. $\frac{11}{3}\sqrt{3}$

2. 计算 $\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ 的结果是________.

3. 若 $y=\frac{\sqrt{x-4}\cdot\sqrt{4-x}}{2}-2$，则 $(x+y)y=$________.

4. 先化简，再求值：$\frac{b^2-a^2}{a^2-ab}\div\left(a+\frac{2ab+b^2}{a}\right)\cdot\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$，其中 $a=\sqrt{2}+\sqrt{3}$，$b=\sqrt{2}-\sqrt{3}$.

专题测试(一)

(时量:90 分钟　　分值:100 分)

第Ⅰ卷(选择题　共 30 分)

一、选择题(每小题有且只有一个正确答案,本题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

1. 下列运算的结果中,是正数的是　(　　)

A. $(-2014)^{-1}$　　B. $-(2014)^{-1}$

C. $(-1)\times(-2014)$　　D. $(-2014)\div 2014$

2. $PM_{2.5}$ 是指大气中直径 $\leqslant 0.000\,002\,5$ 米的颗粒物,将 $0.000\,002\,5$ 用科学记数法表示为　(　　)

A. 2.5×10^{-7}　　B. 2.5×10^{-6}

C. 25×10^{-7}　　D. 0.25×10^{-5}

3. 在数 $\frac{2}{3}$,1,-3,0 中,最大的数是　(　　)

A. $\frac{2}{3}$　　B. 1　　C. -3　　D. 0

4. $\sqrt{16}$ 的算术平方根是　(　　)

A. ±4　　B. 4　　C. ±2　　D. 2

5. 下列计算正确的是　(　　)

A. $\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{7}$　　B. $(ab^2)^2=ab^4$

C. $2a+3a=6a$　　D. $a\cdot a^3=a^4$

6. 若代数式 $\frac{\sqrt{x+1}}{(x-3)^2}$ 有意义,则实数 x 的取值范围是　(　　)

A. $x\geqslant-1$　　B. $x\geqslant-1$ 且 $x\neq3$

C. $x>-1$　　D. $x>-1$ 且 $x\neq3$

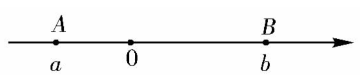
7. 若 x,y 为实数,且 $|x+1|+\sqrt{y-1}=0$,则 $\left(\frac{x}{y}\right)^{2\,019}$ 的值是　(　　)

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. $-2\,011$

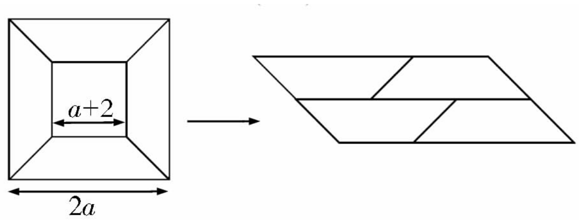
8. 如图,数轴上的点 A、B 分别对应实数 a、b,下列结论正确的是　(　　)

A. $a>b$　　B. $|a|>|b|$

C. $-a<b$　　D. $a+b<0$



9. 如图,在边长为 $2a$ 的正方形中央剪去一边长为 $(a+2)$ 的小正方形($a>2$),将剩余部分剪开铺成一个平行四边形,则该平行四边形的面积为　(　　)



A. a^2+4　　B. $2a^2+4a$　　C. $3a^2-4a-4$　　D. $4a^2-a-2$

10. 在地球仪的赤道上箍一圈铁丝,若将铁丝箍半径增大 1 米,需增加 m 米长的铁丝,假设地球的赤道上也箍一圈铁丝,也将半径增大 1 米,需增加 n 米长的铁丝,则 m 与 n 的关系是　(　　)

A. $m>n$　　B. $m<n$　　C. $m=n$　　D. 不能确定

第Ⅱ卷（非选择题 共70分）

二、填空题（本题共6小题，每小题3分，共18分）

11. 若使式子$\frac{\sqrt{1-2x}}{x}$有意义，则x的取值范围是________.

12. 计算：$-\sqrt{36}+(\pi-3)^0+\sqrt[3]{27}=$________.

13. 分解因式：$2a^2-4a+2=$________.

14. 计算：若$m+n=10$，$mn=24$，则$m^2+n^2=$________.

15. 规定用符号$[x]$表示一个实数的整数部分，例如$[3.69]=3$，$[\sqrt{3}]=1$，按此规定$[\sqrt{13}-1]=$________.

16. 甲、乙、丙三家超市为了促销一种定价为m元的商品，甲超市先降价20%，后又降价10%；乙超市连续两次降价15%；丙超市一次降价30%. 那么顾客购买这种商品更合算的超市是________。

三、解答题（本大题共7小题，共52分）

17.（本题满分6分）计算：$(\frac{2}{3})^{-1}+(\pi-3.14)^0-2\sin 60^\circ-\sqrt{12}+|1-3\sqrt{3}|$.

18.（本题满分8分，每小题4分）

(1) 化简：$\frac{2a}{a+1}-\frac{2a-4}{a^2-1}\div\frac{a-2}{a^2-2a+1}$.

(2) 分解因式：$3a^2+6a+3$.

19.（本题满分6分）先化简，再求值：$a(a-2b)+2(a+b)(a-b)+(a+b)^2$，其中$a=-\frac{1}{2}$，$b=1$.

20.（本题满分6分）某市有两种不同计价方式的出租汽车：(A) 起步价10元，3千米后每千米价为1.2元；(B) 起步价7元，3千米后每千米价为1.4元.

(1) 若行驶$x(x>3)$千米，请用代数式表示两种不同的计费方式的费用.

(2) 若$x=30$，那么乘坐哪一种出租汽车较合算？

21.（本题满分 8 分）阅读下面的材料，解答后面的问题：

对于实数 x，我们规定 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数，例如 $[1.2]=1$，$[2]=2$，$[-2.5]=-3$.

（1）根据上述规定，$[\pi]=$ ＿＿＿＿，$[-4.1]=$ ＿＿＿＿；

（2）若 $\left[\dfrac{x-2}{3}\right]=-7$，试确定 x 的取值范围；

（3）若 $[m]=2$，且 m 是无理数，请至少写出两个符合条件的 m 的值.

22.（本题满分 8 分）已知 $A=\dfrac{x^2+2x+1}{x^2-1}-\dfrac{x}{x-1}$.

（1）化简 A；

（2）当 x 满足不等式组 $\begin{cases} x-1\geqslant 0, \\ x-3<0, \end{cases}$ 且 x 为整数时，求 A 的值.

23.（本题满分 10 分）某地发生地震后，举国上下通过各种方式表达爱心. 某企业决定用 p 万元援助灾区 n 所学校，用于搭建帐篷和添置教学设备. 根据各校不同的受灾情况，该企业捐款的分配方案：所有学校得到的捐款数都相等，到第 n 所学校的捐款恰好分完，捐款的分配方法如下表所示（其中 p,n,a 都是正整数）.

分配顺序	分配数额（单位：万元）	
	帐篷费用	教学设备费用
第 1 所学校	5	剩余款的 $\frac{1}{a}$
第 2 所学校	10	剩余款的 $\frac{1}{a}$
第 3 所学校	15	剩余款的 $\frac{1}{a}$
…	…	…
第 $(n-1)$ 所学校	$5(n-1)$	剩余款的 $\frac{1}{a}$
第 n 所学校	$5n$	0

根据以上信息，解答下列问题：

（1）写出 p 与 n 的关系式；

（2）当 $p=125$ 时，该企业能援助多少所学校？

（3）根据震区灾情，该企业计划再次提供不超过 $20a$ 万元的捐款，按照原来的分配方案援助其他学校，若 a 由（2）确定，则再次提供的捐款最多又可以援助多少所学校？

第二章 方程与不等式

第9课时 一元一次方程

一、课前热身

1.(1) 方程 $3x+1=7$ 的根是________.

(2) 若代数式 $4x-5$ 与 $\dfrac{2x-1}{2}$ 的值相等，则 x 的值是________.

2.已知关于 x 的方程 $2x-a-5=0$ 的解是 $x=-2$，则 a 的值为 ( )

A. 1　　B. -1　　C. 9　　D. -9

3.公元前1700年的古埃及纸草书中，记载着一个数学问题："它的全部，加上它的七分之一，其和等于19."此问题中"它"的值为____________.

二、知识要点

1.方程的概念

含有未知数的________叫做方程；例如______________.使方程左右两边值相等的________，叫做方程的解；求方程解的________叫做解方程.方程的解与解方程是不同的两个概念.

2.一元一次方程

(1) 方程的解：使方程左右两边________的未知数的值.

(2) 一元一次方程：含有________个未知数，且未知数的次数都是________的整式方程.它的一般形式为__________________.

(3) 解一元一次方程的一般步骤：① 去________；② 去________；③ ________；④ 合并同类项；⑤ 系数化为1.

三、典例精析

【例1】 若关于 x 的方程 $(a-1)x^{2a^2-1}+3=0$，是一个一元一次方程，则 $a=$ ________.

【例2】 解方程：(1) $\dfrac{3x+5}{2}=\dfrac{2x-1}{3}$.　　(2) $2(x+1)+\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{7x}{2}-1$.

(3) $\dfrac{0.1x-0.2}{0.02}-\dfrac{x+1}{0.5}=3$.

【例 3】将正整数 1 至 2018 按一定规律排列如下表：

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
……							

平移表中带阴影的方框，方框中三个数的和可能是　（　　）

A. 2019　　B. 2018　　C. 2016　　D. 2013

四、中考链接

1.（2016·株洲）在解方程$\frac{x-1}{3}+x=\frac{3x+1}{2}$时，方程两边同时乘 6，去分母后，正确的是　（　　）

A. $2x-1+6x=3(3x+1)$　　B. $2(x-1)+6x=3(3x+1)$

C. $2(x-1)+x=3(3x+1)$　　D. $(x-1)+6x=3(x+1)$

2.（2018·淮安）若关于 x、y 的二元一次方程 $3x-ay=1$ 有一个解是$\begin{cases}x=3,\\y=2,\end{cases}$则 $a=$__________.

3.（2019·浙江杭州·3 分）已知九年级某班 30 位学生种树 72 棵，男生每人种 3 棵树，女生每人种 2 棵树，设男生有 x 人，则　（　　）

A. $2x+3(72-x)=30$

B. $3x+2(72-x)=30$

C. $2x+3(30-x)=72$

D. $3x+2(30-x)=72$

4.（2019·株洲）《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有如下问题："今有善行者行一百步，不善行者行六十步．今不善行者先行一百步，善行者追之，问几何步及之？"其意思为：若速度快的人走 100 步，速度慢的人只走 60 步．现速度慢的人先走 100 步，速度快的人去追赶，则速度快的人要走________步才能追到速度慢的人.

五、拓展训练

1. 若 $2(a+3)$ 的值与 4 互为相反数，则 a 的值为　（　　）

A. -1　　B. $-\frac{7}{2}$　　C. -5　　D. $\frac{1}{2}$

2. 已知关于 x 的方程 $mx+2=2(m-x)$ 的解满足方程 $\left|x-\frac{1}{2}\right|=0$，则 m 的值是　（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. 2　　C. $\frac{3}{2}$　　D. 3

3. 互联网"微商"经营已成为大众创业新途径，某微信平台上一件商品标价为 200 元，按标价的五折销售，仍可获利 20 元，则这件商品的进价为　（　　）

A. 120 元　　B. 100 元

C. 80 元　　D. 60 元

4.某省公布的居民用电阶梯电价听证方案如下：

第一档电量	第二档电量	第三档电量
月用电量 210 度以下，每度价格 0.52 元	月用电量 210 度至 350 度，每度比第一档提价 0.05 元	月用电量 350 度以上，每度比第一档提价 0.30 元

例：若某户月用电量 400 度，则需交电费为 $210\times0.52+(350-210)\times(0.52+0.05)+(400-350)\times(0.52+0.30)=230$(元)

(1) 如果按此方案计算，小华家 5 月份的电费为 138.84 元，请你求出小华家 5 月份的用电量；

(2) 以此方案请你回答：若小华家某月的电费为 a 元，则小华家该月用电量属于第几档？

第 10 课时　二元一次方程组

一、课前热身

1. 请写出一个二元一次方程组__________，使它的解是$\begin{cases}x=2,\\y=-1.\end{cases}$

2. 方程组$\begin{cases}x+y=3,\\2x-y=6\end{cases}$的解为________.

3. 六一儿童节前夕，某超市用 3 360 元购进 A，B 两种童装共 120 套，其中 A 型童装每套24 元，B 型童装每套 36 元.若设购买 A 型童装 x 套，B 型童装 y 套，依题意列方程组正确的是　（　　）

A. $\begin{cases}x+y=120,\\36x+24y=3\,360\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x+y=120,\\24x+36y=3\,360\end{cases}$

C. $\begin{cases}36x+24y=120,\\x+y=3\,360\end{cases}$　　D. $\begin{cases}24x+36y=120,\\x+y=3\,360\end{cases}$

二、知识要点

1. 二元一次方程组：

(1) 定义：由两个____________组成的一组方程叫做二元一次方程组.

(2) 二元一次方程组的解：方程组中两个方程的______________，叫做二元一次方程组的解.

2. 解二元一次方程组的基本思路是________________________；常用方法是__________和__________.

三、典例精析

【例 1】 二元一次方程 $x-2y=1$ 有无数多个解，下列四组值中不是该方程的解的是　（　　）

A. $\begin{cases}x=0,\\y=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=1,\\y=1\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=1,\\y=0\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=-1,\\y=-1\end{cases}$

【例 2】 (1) 方程组$\begin{cases}3x+2y=10,\\x+2y=6\end{cases}$的解为____________.

(2) 已知关于 x,y 的二元一次方程组 $\begin{cases}2ax+by=3,\\ax-by=1\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=1,\\y=-1,\end{cases}$ 则 $a-2b$ 的值是 ( )

A. -2　　B. 2　　C. 3　　D. -3

【例 3】 滴滴快车是一种便捷的出行工具，计价规则如下表：

计费项目	里程费	时长费	远途费
单　价	1.8 元 / 公里	0.3 元 / 分钟	0.8 元 / 公里
注：车费由里程费、时长费、远途费三部分构成，其中里程费按行车的实际里程计算；时长费按行车的实际时间计算；远途费的收取方式为：行车里程 7 公里以内(含 7 公里)不收远途费，超过 7 公里的，超出部分每公里收 0.8 元。			

小王与小张各自乘坐滴滴快车，行车里程分别为 6 公里与 8.5 公里．如果下车时两人所付车费相同，那么这两辆滴滴快车的行车时间相差 ( )

A. 10 分钟　　B. 13 分钟　　C. 15 分钟　　D. 19 分钟

【例 4】 孔明同学在解方程组 $\begin{cases}y=kx+b,\\y=-2x\end{cases}$ 的过程中，错把 b 看成了 6，他其余的解题过程没有出错，解得此方程组的解为 $\begin{cases}x=-1,\\y=2.\end{cases}$ 又已知直线 $y=kx+b$ 过点(3,1)，则 b 的正确值应该是__________.

四、中考链接

1.(2018・广州)《九章算术》是我国古代数学的经典著作，书中有一个问题："今有黄金九枚，白银一十一枚，称之重适等．交易其一，金轻十三两．问金、银一枚各重几何?"．意思是：甲袋中装有黄金 9 枚(每枚黄金重量相同)，乙袋中装有白银 11 枚(每枚白银重量相同)，称重两袋相等．两袋互相交换 1 枚后，甲袋比乙袋轻了 13 两(袋子重量忽略不计)．问黄金、白银每枚各重多少两?设每枚黄金重 x 两，每枚白银重 y 两，根据题意得 ( )

A. $\begin{cases}11x=9y\\(10+x)-(8x+y)=13\end{cases}$　　B. $\begin{cases}10y+x=8x+y\\9x+13=11y\end{cases}$

C. $\begin{cases}9x=11y\\(8x+y)-(10y+x)=13\end{cases}$　　D. $\begin{cases}9x=11y\\(10y+x)-(8x+y)=13\end{cases}$

2.(2019・天津)方程组 $\begin{cases}3x+2y=7,\\6x-2y=11\end{cases}$ 的解是 ( )

A. $\begin{cases}x=-1\\y=5\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=3\\y=-1\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=2\\y=\frac{1}{2}\end{cases}$

3.(2018・邵阳)程大位是我国明朝商人，珠算发明家．他 60 岁时完成的《直指算法统宗》是东方古代数学名著，详述了传统的珠算规则，确立了算盘用法．书中有如下问题：

一百馒头一百僧，大僧三个更无争，
小僧三人分一个，大小和尚得几丁．

意思是：有 100 个和尚分 100 个馒头，如果大和尚 1 人分 3 个，小和尚 3 人分 1 个，正好分完，大、小和尚各有多少人，下列求解结果正确的是( )

A. 大和尚 25 人，小和尚 75 人
B. 大和尚 75 人，小和尚 25 人
C. 大和尚 50 人，小和尚 50 人
D. 大、小和尚各 100 人


程大位

五、拓展训练

1. 若二元一次方程组$\begin{cases}x+y=3,\\3x-5y=5\end{cases}$的解为$\begin{cases}x=a,\\y=b,\end{cases}$则 $a-b=$ （　　）

A. 1　　B. 3　　C. $-\frac{1}{4}$　　D. 2

2. 若关于 x,y 的方程组$\begin{cases}2x-y=m,\\x+my=n\end{cases}$的解是$\begin{cases}x=2,\\y=1,\end{cases}$则 $|m-n|$ 为 （　　）

A. 1　　B. 3　　C. 5　　D. 2

3. 已知代数式 $2a^3b^{n+1}$ 与 $-3a^{m-2}b^2$ 是同类项，则 $2m+3n=$ ________.

4. 某校组织"大手拉小手，义卖献爱心"活动，购买了黑白两种颜色的文化衫共 140 件，进行手绘设计后出售，所获利润全部捐给山区困难孩子. 每件文化衫的批发价和零售价如下表：

	批发价(元)	零售价(元)
黑色文化衫	10	25
白色文化衫	8	20

假设文化衫全部售出，共获利 1 860 元，求黑白两种文化衫各多少件？

第 11 课时　一元二次方程的解法

一、课前热身

1. 下列方程中是关于 x 的一元二次方程的是 （　　）

A. $x^2+\frac{1}{x^2}=0$　　B. $ax^2+bx+c=0$

C. $(x-1)(x+2)=1$　　D. $3x^2-2xy-5y^2=0$

2. 一元二次方程 $x^2-2x-3=0$ 的解是________.

3. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+b-1=0$ 有两个相等的实数根，则 b 的值是________.

二、知识要点

1. 一元二次方程

(1) 定义：只含有________个未知数，并且未知数的最高次数是________的整式方程.

(2) 一般形式：________________($a\neq0$). 其中二次项系数是________，一次项系数是________，常数项是________.

2. 一元二次方程的解法：

(1) 一元二次方程的解法有________、________、________、________.

(2) 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的求根公式是____________，运用求根公式解一元二次方程的前提是____________.

3. 一元二次方程的根的判别式：

$\Delta=b^2-4ac$ 称为一元二次方程的根的判别式.

对于一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$：

$b^2-4ac>0\Leftrightarrow$ 方程有两个________的实数根；

$b^2-4ac=0\Leftrightarrow$ 方程有两个________的实数根；

$b^2-4ac<0\Leftrightarrow$ 方程________实数根.

三、典例精析

【例 1】 一元二次方程 $(a+1)x^2-ax+a^2-1=0$ 的一个根为 0，求 a 的值.

【例 2】 (1) 用配方法解方程 $x^2-4x+2=0$，下列配方正确的是　　(　　)

A. $(x-2)^2=2$　　B. $(x+2)^2=2$　　C. $(x-2)^2=-2$　　D. $(x-2)^2=6$

(2) 解方程：$x^2+4x-1=0$.

(3) 解方程：$3x(x-2)=2(2-x)$.

【例 3】 已知关于 x 的方程 $mx^2-(m+2)x+2=0(m\neq 0)$.

(1) 求证：方程总有两个实数根；

(2) 若方程的两个实数根都是整数，求正整数 m 的值.

四、中考链接

1. (2019·怀化) 一元二次方程 $x^2+2x+1=0$ 的解是　　(　　)

A. $x_1=1, x_2=-1$　　B. $x_1=x_2=1$　　C. $x_1=x_2=-1$　　D. $x_1=-1, x_2=2$

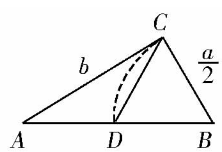
2. (2018·荆门) 已知 $x=2$ 是关于 x 的一元二次方程 $kx^2+(k^2-2)x+2k+4=0$ 的一个根，则 k 的值为____________.

3. (2019·荆州) 若一次函数 $y=kx+b$ 的图象不经过第二象限，则关于 x 的方程 $x^2+kx+b=0$ 的根的情况是　　(　　)

A. 有两个不相等的实数根　　B. 有两个相等的实数根

C. 无实数根　　D. 无法确定

4. (2018·嘉兴) 欧几里得的《原本》记载，形如 $x^2+ax=b^2$ 的方程的图解法是：画 Rt△ABC，使 $\angle ACB=90°$，$BC=\frac{a}{2}$，$AC=b$，再在斜边 AB 上截取 $BD=\frac{a}{2}$. 则该方程的一个正根是　　(　　)



A. AC 的长　　B. AD 的长

C. BC 的长　　D. CD 的长

五、拓展训练

1. 解方程 $x^2-2x-2=0$ 的根为__________________.

2. 若关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2+5x+m^2-3m+2=0$ 的常数项为 0，则 m 的值等于________.

3. 已知关于 x 的方程 $x^2-2x+m=0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值是________.

4. 三角形的两边长分别为 2 和 6，第三边是方程 $x^2-10x+21=0$ 的解，则第三边的长为 ( )

A. 7　　B. 3　　C. 7 或 3　　D. 无法确定

5. 如果关于 x 的一元二次方程 $kx^2-\sqrt{2k+1}x+1=0$ 有两个不相等的实数根，那么 k 的取值范围是 ( )

A. $k<\frac{1}{2}$　　B. $k<\frac{1}{2}$ 且 $k\neq 0$

C. $-\frac{1}{2}\leqslant k<\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}\leqslant k<\frac{1}{2}$ 且 $k\neq 0$

第 12 课时　一元二次方程根与系数的关系　分式方程

一、课前热身

1. 把分式方程 $\frac{2}{x+4}=\frac{1}{x}$ 转化为一元一次方程时，方程两边需同乘 ( )

A. x　　B. $2x$　　C. $x+4$　　D. $x(x+4)$

2. 下列一元二次方程两实数根和为 -4 的是 ( )

A. $x^2+2x-4=0$　　B. $x^2-4x+4=0$

C. $x^2-4x+10=0$　　D. $x^2+4x-5=0$

3. 若 x_1,x_2 是方程 $x^2+x-1=0$ 的两个根，则 $x_1^2+x_2^2=$ ________.

4. 已知关于 x 的方程 $x^2+mx-6=0$ 的一个根为 2，则 $m=$ ________，另一根是________.

二、知识要点

1. 分式方程

(1) 定义：分母中含有________的方程叫做分式方程.

(2) 思路、方法：

① 解分式方程的基本思路是将分式方程转化为________；

② 具体的方法是________________，即方程两边同乘________________；

③ 解分式方程必须________________.

2. 一元二次方程的根与系数的关系：

设 x_1,x_2 分别是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的两根，则有 $x_1+x_2=$ __________，$x_1x_2=$ __________.

三、典例精析

【例 1】 解分式方程：$\frac{2}{x-2}+3=\frac{1-x}{2-x}$.

【例 2】 孔明同学在解一元二次方程 $ax^2-3x+c=0$ 时，正确解得 $x_1=1$，$x_2=2$，则 c 的值为________.

【例 3】 方程 $x^2+2kx+k^2-2k+1=0$ 的两个实数根 x_1，x_2 满足 $x_1^2+x_2^2=4$，则 k 的值为________.

四、中考链接

1.(2018·株洲)关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x}+\frac{3}{x-a}=0$ 的解为 $x=4$，则常数 a 的值为（　　）

A. $a=1$　　B. $a=2$　　C. $a=4$　　D. $a=10$

2.(2018·泰州)已知 x_1、x_2 是关于 x 的方程 $x^2-ax-2=0$ 的两根，下列结论一定正确的是（　　）

A. $x_1\neq x_2$　　B. $x_1+x_2>0$　　C. $x_1\cdot x_2>0$　　D. $x_1<0$，$x_2<0$

3.(2017·呼和浩特)关于 x 的一元二次方程 $x^2+(a^2-2a)x+a-1=0$ 的两个实数根互为相反数，则 a 的值为（　　）

A. 2　　B. 0　　C. 1　　D. 2 或 0

4.(2019·贵港)若 α，β 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x+m=0$ 的两实根，且 $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{2}{3}$，则 m 等于（　　）

A. -2　　B. -3　　C. 2　　D. 3

5.(2017·孝感)已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-6x+m+4=0$ 有两个实数根 x_1，x_2.

(1) 求 m 的取值范围；

(2) 若 x_1，x_2 满足 $3x_1=|x_2|+2$，求 m 的值.

五、拓展训练

1.(1) 解分式方程：$\frac{2+x}{2-x}+\frac{16}{x^2-4}=-1$.

(2) 若关于 x 的方程 $\frac{ax}{x-2}=\frac{4}{x-2}+1$ 无解，则 a 的值是________.

(3) 分式方程 $\frac{4}{x}-\frac{1}{x+2}=0$ 的解是________.

2. 若关于 x 的方程 $x^2+(a-1)x+a^2=0$ 的两根互为倒数，则 $a=$________.

3. 设 a,b 是方程 $x^2+x-2013=0$ 的两个实数根，则 a^2+2a+b 的值为 ( )

A. 2011　　B. 2012　　C. 2013　　D. 2014

4. 若方程 $x^2-x=0$ 的两根为 x_1,x_2($x_1<x_2$)，则 $x_2-x_1=$ ______.

5. 已知关于 x 的方程 $x^2-2(k-1)x+k^2=0$ 有两个实数根 x_1,x_2.

(1) 求 k 的取值范围；

(2) 若 $|x_1+x_2|=x_1x_2-1$，求 k 的值.

第 13 课时　一元一次不等式(组)

一、课前热身

1. 下列命题正确的是 ( )

A. 若 $a>b$,$b<c$，则 $a>c$　　B. 若 $a>b$，则 $ac>bc$

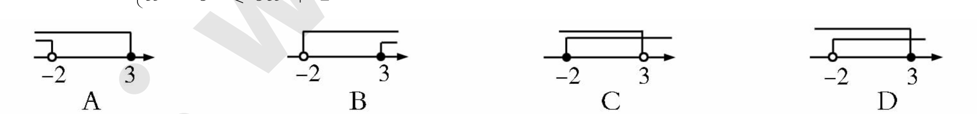
C. 若 $a>b$，则 $ac^2>bc^2$　　D. 若 $ac^2>bc^2$，则 $a>b$

2. 下列说法中，错误的是 ( )

A. 不等式 $x<2$ 的正整数解只有一个　　B. -2 是不等式 $2x-1<0$ 的一个解

C. 不等式 $-3x>9$ 的解集是 $x>-3$　　D. 不等式 $x<10$ 的整数解有无数个

3. 不等式组 $\begin{cases}\frac{1}{2}(x+1)\leqslant 2,\\ x-3<3x+1\end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ( )



二、知识要点

1. 不等式的概念：

(1) 不等式：用________表示不等关系的式子，叫做不等式.

(2) 不等式的解：使不等式成立的________的值，叫做不等式的解.

(3) 不等式的解集：一个不等式的所有解，组成这个不等式的解的集合，简称为这个不等式的________.

2. 不等式的基本性质：

基本性质 1：____；

基本性质 2：____；

基本性质 3：____.

3. 一元一次不等式及其解法：

只含有一个未知数，且未知数的最高次数是________的不等式叫做一元一次不等式. 解一

元一次不等式的步骤与解一元一次方程的步骤相同，但在系数化为 1 时，注意是否要改变不等号的方向.

4. 一元一次不等式组及其解法：

几个一元一次不等式合在一起，构成了一元一次不等式组. 这几个不等式的解集的________，叫做由它们所组成的不等式组的解集. 一元一次不等式组的求解是先分别求出每一个不等式的________，然后利用数轴找出它们的公共部分，进而求出不等式组的解集.

三、典例精析

【例 1】 (1) a，b 都是实数，且 $a<b$，则下列不等式的变形正确的是　　(　　)

A. $a+x>b+x$　　B. $-a+1<-b+1$

C. $3a<3b$　　D. $\frac{a}{2}>\frac{b}{2}$

(2) 若 $a>b$，则下列不等式不一定成立的是　　(　　)

A. $a+m>b+m$　　B. $a(m^2+1)>b(m^2+1)$

C. $-\frac{a}{2}<-\frac{b}{2}$　　D. $a^2>b^2$

【例 2】 解不等式：$\frac{2x-1}{3}\leqslant\frac{3x+2}{4}-1$，并把解集表示在数轴上.

【例 3】 解一元一次不等式组 $\begin{cases}1+x>-2,\\ \frac{2x-1}{3}\leqslant 1,\end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来.

【例 4】 (1) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases}2x-1>3(x-1),\\ x<m\end{cases}$ 的解集是 $x<2$，那么 m 的取值范围是　　(　　)

A. $m=2$　　B. $m>2$　　C. $m<2$　　D. $m\geqslant 2$

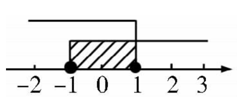
(2) 若不等式组 $\begin{cases}x<1,\\ x>m-1\end{cases}$ 恰有两个整数解，则 m 的取值范围是　　(　　)

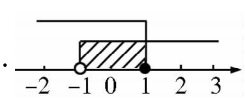
A. $-1\leqslant m<0$　　B. $-1<m\leqslant 0$　　C. $-1\leqslant m\leqslant 0$　　D. $-1<m<0$

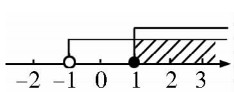
四、中考链接

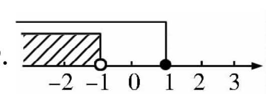
1.（2019・常德）不等式 $3x+1>2(x+4)$ 的解为________________.

2.（2019・张家界）不等式组 $\begin{cases}2x-2\leqslant 0\\ x>-1\end{cases}$ 的解集在数轴上表示为　　(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

3. (1)（2017・株洲）x 的 3 倍大于 5，且 x 的一半与 1 的差小于或等于 2，则 x 的取值范围是

______________.

(2)(2018·株洲)下列哪个选项中的不等式与不等式 $5x>8+2x$ 组成的不等式组的解集为 $\frac{8}{3}<x<5$ ( )

A. $x+5<0$　　B. $2x>10$　　C. $3x-15<0$　　D. $-x-5>0$

4.(2019·铜仁)如果不等式组 $\begin{cases}x<3a+2\\x<a-4\end{cases}$ 的解集是 $x<a-4$，则 a 的取值范围是________________.

五、拓展训练

1. 若 $a<b$，用“>”号或“<”号填空：$a-5$ ________ $b-5$，$-\frac{a}{2}$ ________ $-\frac{b}{2}$；$-1+2a$ ________ $-1+2b$；$6-a$ ________ $6-b$.

2. 关于 x 的分式方程 $\frac{2x-m}{x+1}=3$ 的解是正数，则字母 m 的取值范围是 ( )

A. $m>3$　　B. $m>-3$　　C. $m\geqslant-3$　　D. $m<-3$

3. x 取哪些整数值时，不等式 $5x+2>3(x-1)$ 与 $\frac{1}{2}x\leqslant2-\frac{3}{2}x$ 都成立？

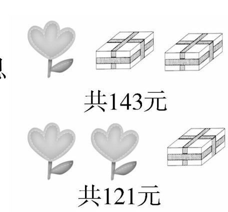
4. 不等式组 $\begin{cases}x+9<5x+1,\\x>m+1\end{cases}$ 的解集是 $x>2$，则 m 的取值范围是 ( )

A. $m\leqslant2$　　B. $m\geqslant2$　　C. $m\leqslant1$　　D. $m>1$

5. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases}2x>3x-3,\\3x-a>5\end{cases}$ 有实数解，则 a 的取值范围是________.

第 14 课时　方程的应用(一)

一、课前热身



如右图，母亲节那天，很多同学给妈妈准备了鲜花和礼盒. 从图中信息可知，则买 5 束鲜花和 5 个礼盒的总价为________元.

二、知识要点

列方程(组)解应用题的一般步骤：

(1)审题；(2)寻找题目中的等量关系(关键词或隐藏的等量关系)；(3)设未知数；(4)根据寻找的等量关系列方程；(5)求出方程的解；(6)验根并作答.

三、典例精析

【例 1】 为增强居民节约用水意识，深圳市从 2011 年开始对供水范围内的居民用水实行

“阶梯收费”，具体收费标准如下表：

一户居民一个月用水量记为 x 立方米	水费单价（单位：元／立方米）
$x \leqslant 22$	a
超出 22 立方米的部分	$a+1.1$

某户居民四月份用水 10 立方米时，缴纳水费 23 元.

（1）求 a 的值；

（2）若该户居民五月份所缴水费为 71 元，求该户居民五月份的用水量.

【例 2】 假如某市的出租车是这样收费的：起步价所包含的路程为 0 ～ 1.5 千米，超过 1.5 千米的部分按每千米另收费.

小刘说：“我乘出租车从市政府到娄底汽车站走了 4.5 千米，付车费 10.5 元.”

小李说：“我乘出租车从市政府到娄底火车站走了 6.5 千米，付车费 14.5 元.”

问：

（1）出租车的起步价是多少元？超过 1.5 千米后每千米收费多少元？

（2）小张乘出租车从市政府到娄底南站（高铁站）走了 5.5 千米，应付车费多少元？

四、中考链接

1.（2019 · 天津）甲、乙两个批发店销售同一种苹果，在甲批发店，不论一次购买数量是多少，价格均为 6 元 /kg。在乙批发店，一次购买数量不超过 50 kg 时，价格均为 7 元 /kg；一次性购买超过 50 kg 时，其中有 50 kg 的价格仍为 7 元 /kg，超过 50 kg 的部分价格为 5 元 /kg.

设小王在同一个批发店一次购买苹果的数量为 x kg（$x>0$）

（1）根据题意填表：

一次购买数量 /kg	30	50	150	…
甲批发店花费 / 元		300		…
乙批发店花费 / 元		350		…

（2）设在甲批发店花费 y_1 元，在乙批发店花费 y_2 元，分别求 y_1，y_2 关于 x 的函数解析式；

（3）根据题意填空：

① 若小王在甲批发店和在乙批发店一次购买苹果的数量相同，且花费相同，则他在同一个批发店一次性购买苹果的数量为________ kg；

② 若小王在同一个批发店一次性购买苹果的数量为 120 kg，则他在甲、乙两个批发店中的____________批发店购买花费少；

③ 若小王在同一个批发店一次性购买苹果花费了 360 元，则他在甲、乙两个批发店中的____________批发店购买数量多.

2.(2019 · 张家界)某社区购买甲、乙两种树苗进行绿化，已知甲种树苗每棵 30 元，乙种树苗每棵 20 元，且乙种树苗棵数比甲种树苗棵数的 2 倍少 40 棵，购买两种树苗的总金额为 9000 元.

(1) 求购买甲、乙两种树苗各多少棵？

(2) 为保证绿化效果，社区决定再购买甲、乙两种树苗共 10 棵，总费用不超过 230 元，求可能的购买方案？

五、拓展训练

1. 某服装店用 6 000 元购进 A，B 两种新式服装，按标价售出后可获得毛利润 3 800 元(毛利润 = 售价 − 进价)，这两种服装的进价、标价如下表所示：

类型 价格	A 型	B 型
进价(元 / 件)	60	100
标价(元 / 件)	100	160

(1) 求这两种服装各购进的件数；

(2) 如果 A 种服装按标价的 8 折出售，B 种服装按标价的 7 折出售，那么这批服装全部售完后，服装店比按标价出售少收入多少元？

第 15 课时　方程的应用(二)

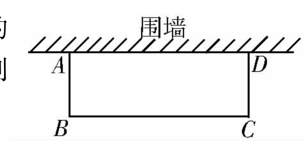
一、课前热身

1. 某商品原售价 289 元，经过连续两次降价后售价为 256 元，设平均每次降价的百分率为 x，则下面所列方程中正确的是　(　　)

A. $289(1-x)^2=256$　　B. $256(1-x)^2=289$

C. $289(1-2x)=256$　　D. $256(1-2x)=289$

2. 如图，邻边不等的矩形花圃 $ABCD$，它的一边 AD 利用已有的围墙，另外三边所围的栅栏的总长度是 6 m. 若矩形的面积为 4 m^2，则 AB 的长度是________ m(可利用的围墙长度超过 6 m).



二、知识要点

列方程(组)解应用题的一般步骤：

(1) 审题；(2) 寻找题目中的等量关系(关键词或隐藏的等量关系)；(3) 设未知数；(4) 根据寻找的等量关系列方程；(5) 求出方程的解；(6) 验根并作答.

三、典例精析

【例】为响应国家全民阅读的号召，某社区鼓励居民到社区阅览室借阅读书，并统计每年的借阅人数和图书借阅总量(单位：本)，该阅览室在2014年图书借阅总量是7 500本，2016年图书借阅总量是10 800本.

(1)求该社区的图书借阅总量从2014年至2016年的年平均增长率；

(2)已知2016年该社区居民借阅图书人数有1 350人，2017年达到1 440人，如果2016年至2017年图书借阅总量的增长率不低于2014年至2016年的年平均增长率，那么2017年的人均借阅量比2016年增长$a\%$，求a的值至少是多少？

四、中考链接

(2019·贺州)2016年，某贫困户的家庭年人均纯收入为2500元，通过政府产业扶持，发展了养殖业后，到2018年，家庭年人均纯收入达到了3600元.

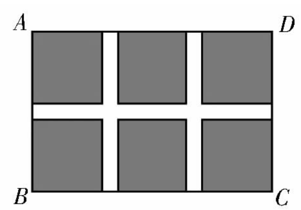
(1)求该贫困户2016年到2018年家庭年人均纯收入的年平均增长率；

(2)若年平均增长率保持不变，2019年该贫困户的家庭年人均纯收入是否能达到4200元？

五、拓展训练

1.孔明同学班上每个同学都互相送贺年卡，一共送出卡片2 862张，请问孔明班上共有________位同学.

2.如图，某小区规划在一个长30 m、宽20 m的长方形$ABCD$上修建三条同样宽的通道，使其中两条与AB平行，另一条与AD平行，其余部分种花草.要使每一块花草的面积都为78 m^2，那么通道的宽应设计成多少m?设通道的宽为x m，由题意列得方程________________________.



3.某市从2017年开始大力发展"竹文化"旅游产业.据统计，该市2017年"竹文化"旅游收入约为2亿元.预计2019"竹文化"旅游收入达到2.88亿元，据此估计该市2018年、2019年"竹文化"旅游收入的年平均增长率约为　(　　)

A. 2%　　B. 4.4%　　C. 20%　　D. 44%

专题测试(二)

(时量:90 分钟　　分值:100 分)

第 Ⅰ 卷(选择题　共 30 分)

一、选择题(每小题有且只有一个正确答案,本题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

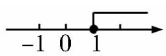
1. 方程 $3x+2(1-x)=4$ 的解是 (　　)

A. $x=\frac{2}{5}$　　B. $x=\frac{6}{5}$　　C. $x=2$　　D. $x=1$

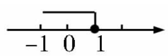
2. 二元一次方程组 $\begin{cases}x-y=-3,\\2x+y=0\end{cases}$ 的解是 (　　)

A. $\begin{cases}x=-1,\\y=2\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=1,\\y=-2\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=-1,\\y=-2\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=-2,\\y=1\end{cases}$

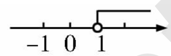
3. 一元一次不等式 $2(x+2)\geqslant 6$ 的解在数轴上表示为 (　　)



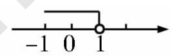
A



B



C



D

4. 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases}x-2m<0,\\x+m>2\end{cases}$ 有解,则 m 的取值范围为 (　　)

A. $m>-\frac{2}{3}$　　B. $m\leqslant\frac{2}{3}$　　C. $m>\frac{2}{3}$　　D. $m\leqslant-\frac{2}{3}$

5. 王芳同学到文具店购买中性笔和笔记本,中性笔每支 0.8 元,笔记本每本 1.2 元,王芳同学花了 10 元钱,则可供她选择的购买方案的个数为(两样都买,余下的钱少于 0.8 元) (　　)

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

6. 某厂一月份的总产量为 500 吨,三月份的总产量达到了 720 吨. 若平均每月增长率是 x,则可以列方程 (　　)

A. $500(1+2x)=720$　　B. $500(1+x)^2=720$

C. $500(1+x^2)=720$　　D. $720(1+x)^2=500$

7. 地球正面临第六次生物大灭绝,据科学家预测,到 2050 年,目前的四分之一到一半的物种将会灭绝或濒临灭绝,2015 年底,长江江豚数量仅剩约 1 000 头,其数量年平均下降的百分率在 13%～15% 范围内,由此计算,2016 年底剩下的数量可能为 (　　)

A. 970　　B. 860

C. 750　　D. 720

8. 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2-2x-1=0$ 有两个不相等的实数根,则实数 k 的取值范围是 (　　)

A. $k>-1$　　B. $k<1$ 且 $k\neq 0$

C. $k\geqslant -1$ 且 $k\neq 0$　　D. $k>-1$ 且 $k\neq 0$

9. 若不等式组 $\begin{cases}x+6<4x-3,\\x>m\end{cases}$ 的解集是 $x>3$,则 m 的取值范围是 (　　)

A. $m>3$　　B. $m=3$　　C. $m\leqslant 3$　　D. $m<3$

10. 为了维修某高速公路,需开凿一条长为 1 300 m 的隧道,为了提高工作效率,高速公路建设指挥部决定由甲、乙两个工程队从两端同时开工. 已知甲工程队比乙工程队每天能多开凿 10 m,且甲工程队开凿 300 m 所用的天数与乙工程队开凿 200 m 所用的天数相同,则甲、乙两个

工程队每天各能开凿多少米　　　　（　　）

A. 甲 20、乙 30　　B. 甲 30、乙 20　　C. 甲 40、乙 30　　D. 甲 20、乙 50

第Ⅱ卷（非选择题　共 70 分）

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. 方程组 $\begin{cases}3x-4y=1,\\x-4y=7\end{cases}$ 的解是________.

12. 方程 $x^2+2x-15=0$ 的解是________.

13. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+ax+b=0$ 有一个非零根 $-b$，则 $a-b$ 的值为________.

14. 若关于 x 的方程 $\dfrac{2m-3}{x-1}-\dfrac{x}{x-1}=0$ 有增根，则 m 的值是________.

15. 一艘轮船顺流航行时，每小时行 32 km；逆流航行时，每小时行 28 km，则轮船在静水中的速度是每小时行________ km.（轮船在静水中的速度大于水流速度）

16. 我们把 $\begin{vmatrix}a & b\\c & d\end{vmatrix}$ 称作二阶行列式，规定它的运算法则为 $\begin{vmatrix}a & b\\c & d\end{vmatrix}=ad-bc$，如：$\begin{vmatrix}2 & 3\\4 & 5\end{vmatrix}=2\times5-3\times4=-2$，如果有 $\begin{vmatrix}2 & 3-x\\1 & x\end{vmatrix}>0$，则 x ________.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 52 分）

17.（本题满分 8 分，每小题 4 分）

（1）解方程：$\dfrac{1-x}{3}=3-\dfrac{x+2}{4}$；

（2）已知不等式 $3x-a\leqslant0$ 的正整数解只有 1、2、3，求 a.

18.（本题满分 6 分）解不等式组 $\begin{cases}1+x>-2,\\\dfrac{2x-1}{3}\leqslant1,\end{cases}$ 并把解在数轴上表示出来.

19.（本题满分 6 分）求使方程组 $\begin{cases}x+y=m+2,\\4x+5y=6m+2\end{cases}$ 的解 x,y 都是正数的 m 的取值范围.

20.（本题满分 6 分）为建设“秀美幸福之市”，长沙市绿化提质改造工程正如火如荼地进行，某施工队计划购买甲、乙两种树苗共 400 棵对芙蓉路的某标段道路进行绿化改造，已知甲种树苗每棵 200 元，乙种树苗每棵 300 元.

（1）若购买两种树苗的总金额为 90 000 元，求需购买甲、乙两种树苗各多少棵；

（2）若购买甲种树苗的金额不少于购买乙种树苗的金额，至少应购买甲种树苗多少棵？

21.（本题满分 8 分）已知关于 x 的一元二次方程 $(a+c)x^2+2bx+(a-c)=0$，其中 a,b,c 分别为 $\triangle ABC$ 三边的长.

(1) 如果 $x=-1$ 是方程的根，试判断 $\triangle ABC$ 的形状，并说明理由；

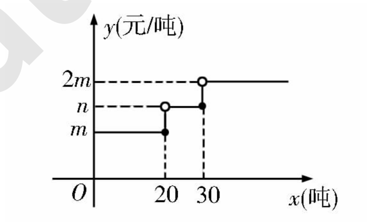
(2) 如果方程有两个相等的实数根，试判断 $\triangle ABC$ 的形状，并说明理由；

(3) 如果 $\triangle ABC$ 是等边三角形，试求这个一元二次方程的根.

22.（本题满分 8 分）为了让市民树立起"珍惜水、节约水、保护水"的用水理念，某市从 2013 年 4 月起，居民生活用水按阶梯式计算水价，水价计算方式如图，每吨水需另加污水处理费 0.80 元. 已知小张家 2013 年 4 月份用水 20 吨，交水费 49 元；5 月份用水 25 吨，交水费 65.4 元.（温馨提示：水费 = 水价 + 污水处理费）

(1) 求 m,n 的值；

(2) 随着夏天的到来，用水量将增加. 为了节省开支，小张计划把 6 月份的水费控制在不超过家庭月收入的 2%. 若小张家的月收入为 8 190 元，则小张家 6 月份最多能用水多少吨？



23.（本题满分 10 分）某厂按用户的月需求量 x（件）完成一种产品的生产，其中 $x>0$，每件的售价为 18 万元，每件的成本 y（万元）是基础价与浮动价的和，其中基础价保持不变，浮动价与月需求量 x（件）成反比，经市场调研发现，月需求量 x 与月份 n（n 为整数，$1\leqslant n\leqslant 12$），符合关系式 $x=2n^2-2kn+9(k+3)$（k 为常数），且得到了表中的数据.

月份 n（月）	1	2
成本 y（万元/件）	11	12
需求量 x（件/月）	120	100

(1) 求 y 与 x 满足的关系式，请说明一件产品的利润能否是 12 万元；

(2) 求 k，并推断是否存在某个月既无盈利也不亏损；

(3) 在这一年 12 个月中，若第 m 个月和第 $(m+1)$ 个月的利润相差很大，求 m.

第三章　函　数

第 16 课时　函数的基本概念

一、课前热身

1. 若点 $P(x,x-1)$ 在第 4 象限，则 x 的取值范围是__________.

2. 已知点 P 在第二象限，且点 P 到 x 轴的距离是 2，到 y 轴的距离是 3，则 P 点的坐标是__________.

3. 函数 $y=\dfrac{1}{2x-1}$ 的自变量 x 的取值范围是__________.

二、知识要点

1. 平面直角坐标系

(1) 定义：具有公共________的互相垂直的________构成了平面直角坐标系. 水平的数轴称为________或横轴；竖直的数轴称为________或纵轴；两坐标轴的交点为平面直角坐标系的________.

(2) 点的位置的确定：有序________可以确定平面内点的位置. 在建立了平面直角坐标系后，平面上的点与__________一一对应.

(3) 各象限内和坐标轴上的点的坐标的规律：

第一象限(+，+)，第二象限(______，______)，第三象限(______，______)，第四象限(______，______)；x 轴上的点的________坐标为 0，y 轴上的点的________坐标为 0.

(4) 关于坐标轴、原点对称的点的坐标的特点：点 $P(a,b)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是________，关于 y 轴对称的点的坐标是__________，关于坐标原点对称的点的坐标是________. P 到 x 轴的距离是________，P 到 y 轴的距离是________，P 到原点的距离是________.

2. 函数的基本概念：

(1) 概念：在某一变化过程中，存在两个变量 x，y，对于 x 的每一个确定的值，y 都有________的值与之对应，则称 y 是 x 的________，其中 x 为________量.

(2) 函数的表示方法：① __________；② __________；③ __________.

(3) 确定函数自变量的取值范围的原则：

① 使代数式有意义：

表达式	$y=\dfrac{a}{x}$(a 为常数)	$y=\sqrt{x}$	$y=\dfrac{a}{\sqrt{x}}$(a 为常数)
自变量 x 的取值范围			

② 使实际问题有意义.

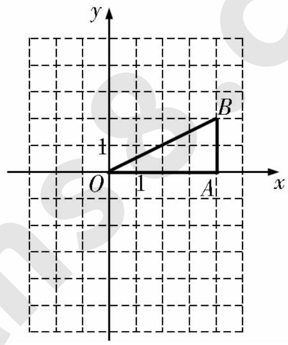
(4) 画函数图象的步骤：① __________；② ____________；③ ____________.

三、典例精析

【例 1】 已知点 $P(-2,3)$，试写出符合下列条件的各点的坐标：
P 关于 x 轴对称的点的坐标是________；P 关于 y 轴对称的点的坐标是________；
P 关于原点对称的点的坐标是________.

【例 2】 函数 $y=\dfrac{2}{\sqrt{1-x}}+\dfrac{1}{x}$ 中，自变量 x 的取值范围是________________.

【例 3】 如图，在平面直角坐标系中，已知点 $B(4,2)$，$BA\perp x$ 轴于 A.



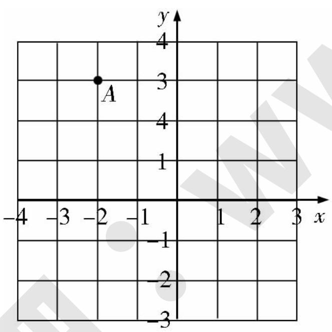
（1）求 $\tan\angle BOA$ 的值；

（2）将点 B 绕原点逆时针方向旋转 $90°$ 后记作点 C，求点 C 的坐标；

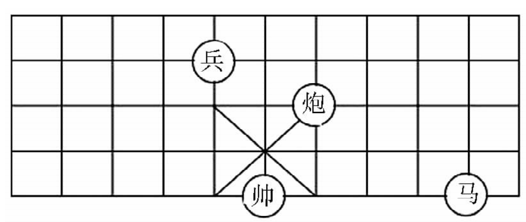
（3）将 $\triangle OAB$ 平移得到 $\triangle O'A'B'$，点 A 的对应点是 A'，点 B 的对应点 B' 的坐标为 $(2,-2)$，在坐标系中作出 $\triangle O'A'B'$，并写出点 O'、A' 的坐标.

四、中考链接

1.（2018 · 柳州）如图，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标是____________.



（第 1 题图）



（第 3 题图）

2.（2018 · 东营）在平面直角坐标系中，若点 $P(m-2,m+1)$ 在第二象限，则 m 的取值范围是　　（　　）

A. $m<-1$　　B. $m>2$　　C. $-1<m<2$　　D. $m>-1$

3.（2019 · 庆阳）中国象棋是中华名族的文化瑰宝，因趣味性强，深受大众喜爱. 如图，若在象棋棋盘上建立平面直角坐标系，使“帅”位于点 $(0,-2)$，“马”位于点 $(4,-2)$，则“兵”位于点________.

4.（2019 · 杭州）在平面直角坐标系中，点 $A(m,2)$ 与点 $B(3,n)$ 关于 y 轴对称，则　　（　　）

A. $m=3,n=2$　　B. $m=-3,n=2$

C. $m=2,n=3$　　D. $m=-2,n=-3$

五、拓展训练

1. 点 $P(-2,1)$ 在平面直角坐标系中所在的象限是　（　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

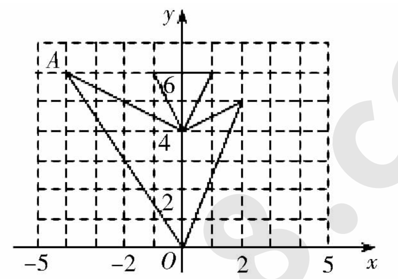
2. 如图，若将直角坐标系中“鱼”的每个“顶点”的横坐标保持不变，纵坐标分别变为原来的 $\frac{1}{2}$，则点 A 的对应点的坐标是　（　　）

A. $(-4,3)$

B. $(4,3)$

C. $(-2,6)$

D. $(-2,3)$



3. 在函数 $y=\frac{\sqrt{x+1}}{x}$ 中，自变量 x 的取值范围是________.

4. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(2,3)$，在坐标轴上找一点 P，使得 $\triangle AOP$ 是等腰三角形，则这样的点 P 共有________个.

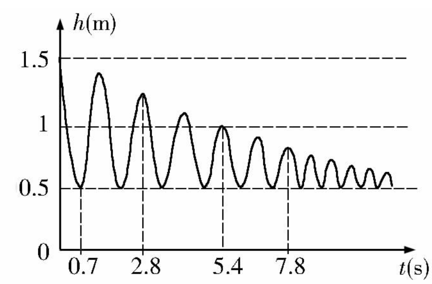
5. 小红帮弟弟荡秋千，秋千离地面的高度 h(m) 与摆动时间 t(s) 之间的关系如图所示.

(1) 根据函数的定义，请判断变量 h 是否为关于 t 的函数？

(2) 结合图象回答：

① 当 $t=0.7$ s 时，h 的值是多少？并说明它的实际意义.

② 秋千摆动第一个来回需多少时间？



第 17 课时　一次函数

一、课前热身

1. 已知正比例函数图象经过点(3,2)，则此函数的解析式是____________.
2. 函数 $y=2x-3$ 的图象与 x 轴的交点坐标是________，与 y 轴的交点坐标是________.
3. 写一个经过点(-2,4)且 y 随 x 的增大而减小的一次函数的解析式____________.

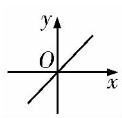
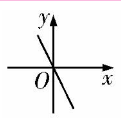
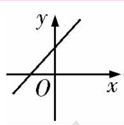
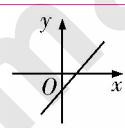
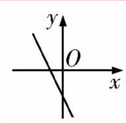
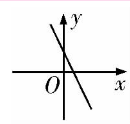
二、知识要点

1. 一次函数的定义

一般地，形如 $y=$ ________ (k,b 为常数，$k\neq 0$) 的函数，叫做一次函数.

特别地，当 $b=$ ________ 时，一次函数 $y=kx+b$ 就成为 $y=kx$(k 是常数，$k\neq 0$)，这时 y 叫做 x 的________.

2. 正比例函数、一次函数的图象与性质

	正比例函数		一次函数			
解析式						
图象						
解析式中字母的符号						

注意：

(1) 正比例函数的图象是一条经过原点的________.

(2) 一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象是一条经过点(0,______)，(______,0)的直线.

(3) 直线 $y=kx+b$ 可以看作由直线 $y=kx$ 平移得到.

(4) 对于一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$，当 $k>0$ 时，y 随 x 的增大而________；当 $k<0$ 时，y 随 x 的增大而________.

3. 求一次函数解析式的方法是________________.

三、典例精析

【例 1】 (1) 对于一次函数 $y=-2x+4$，下列结论错误的是　　(　　)

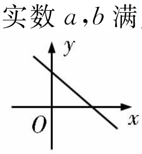
A. 函数值随自变量的增大而减小

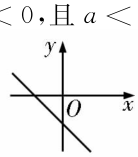
B. 函数的图象不经过第三象限

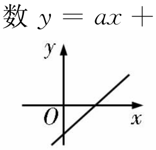
C. 函数的图象向下平移 4 个单位长度是 $y=-2x$ 的图象

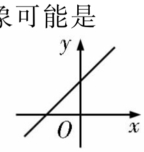
D. 函数的图象与 x 轴的交点坐标是(0,4)

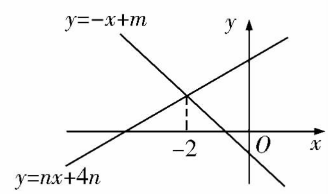
(2) 若实数 a,b 满足 $ab<0$，且 $a<b$，则函数 $y=ax+b$ 的图象可能是　　(　　)


A


B


C


D



【例 2】 如图，直线 $y=-x+m$ 与 $y=nx+4n(n\neq 0)$ 的交点的横坐标为 -2，则关于 x 的不等式 $-x+m>nx+4n$ 的解是__________.

【例 3】 (1) 直线 AB 与 x 轴交于点 $A(1,0)$，与 y 轴交于点 $B(0,-2)$. 求直线 AB 的解析式；

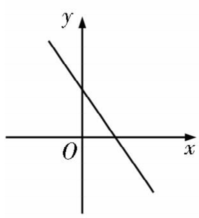
(2) 已知某一次函数的图象经过点$(2,-4)$ 和点$(-1,5)$，求这个一次函数的解析式；

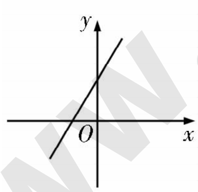
(3) 已知 O 是原点，点 A 的坐标是$(4,0)$，点 B 的坐标是$(0,4)$. 求 $\triangle AOB$ 中边 OA 的中线所在的直线方程.

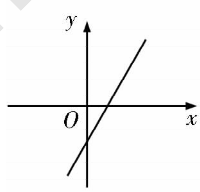
【例 4】 求直线 $y=x+1$ 和直线 $y=-x+2$ 与 x 轴围成的三角形的面积.

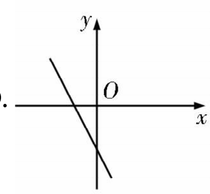
四、中考链接

1.(2019·娄底)一次函数 $y=kx-k(k<0)$ 的图象大致是 (　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

2.(2018·常德)若一次函数 $y=(k-2)x+1$ 的函数值 y 随 x 的增大而增大，则 (　　)

A. $k<2$　　B. $k>2$　　C. $k>0$　　D. $k<0$

3.(2018·陕西)若直线 l_1 经过点$(0,4)$，l_2 经过点$(3,2)$，且 l_1 与 l_2 关于 x 轴对称，则 l_1 与 l_2 的交点坐标为 (　　)

A. $(-2,0)$　　B. $(2,0)$　　C. $(-6,0)$　　D. $(6,0)$

4.(2018·株洲)已知一系列直线 $y=a_kx+b$(a_k 均不相等且不为零，a_k 同号，$k=1、2、3\cdots n$，n 为大于或等于 2 的整数，$b>0$)分别与直线 $y=0$ 相交于一系列点 A_k，设 A_k 的横坐标为 x_k，则对于式子 $\dfrac{a_i-a_j}{x_i-x_j}(1\leqslant i\leqslant k,1\leqslant j\leqslant k,i\neq j)$，下列一定正确的是 (　　)

A. 大于 1　　B. 大于 0　　C. 小于 -1　　D. 小于 0

五、拓展训练

1. 已知直线 $y=kx+b$ 经过点 $A(0,-2)$，且与坐标轴围成的直角三角形的面积为 4，则 k 的值为__________.

2. 已知函数 $y=(2m-1)x+m+2$ 的图象上两点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，若 $x_1<x_2$ 时，$y_1>y_2$，则 m 的取值范围是 (　　)

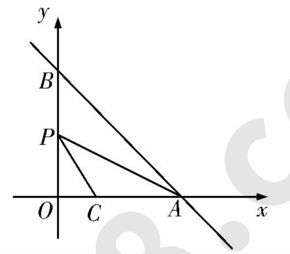
A. $m<\dfrac{1}{2}$　　B. $m>\dfrac{1}{2}$　　C. $m<2$　　D. $m>0$

3. 已知一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 图象过点 $(0,2)$，且与两坐标轴围成的三角形面积为 2，求此一次函数的解析式.

4. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=-x+m$ 分别交 x 轴，y 轴于 A，B 两点，已知点 $C(2,0)$.

(1) 当直线 AB 经过点 C 时，点 O 到直线 AB 的距离是________；

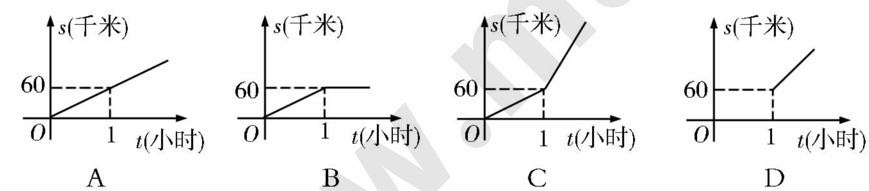
(2) 设点 P 为线段 OB 的中点，连接 PA，PC，若 $\angle CPA=\angle ABO$，则 m 的值是____________.



第 18 课时　一次函数的应用

一、课前热身

1. 汽车以 60 千米 / 时的速度在公路上匀速行驶，1 小时后进入高速路，继续以 100 千米 / 时的速度匀速行驶，则汽车行驶的路程 s(千米) 与行驶的时间 t(时) 的函数关系的大致图象是　（　　）



二、知识要点

1. 利用一次函数的图象和性质解决某些实际问题.

2. 实际问题中的一次函数.

步骤：

(1) 分析问题：

① 借助图表等手段分析题目中的数量关系，从而确定函数关系式；

② 根据函数图象获取信息，分析数量关系.

(2) 确定模型：根据所获取的信息，建立一次函数模型.

(3) 解决问题：根据题中数量关系或函数模型解决问题.

3. 灵活运用数形结合的思想方法解决实际问题.

三、典例精析

【例 1】“黄金 1 号”玉米种子的价格为 5 元 /kg，如果一次购买 2 kg 以上的种子，超过 2 kg 部分的种子的价格打 8 折.

购买种子的数量 /kg	1.5	2	3.5	4	…
付款金额 / 元	7.5	________	16	________	…

(1) 根据题意，填写上表；

(2) 设购买种子数量为 x kg，付款金额为 y 元，求 y 关于 x 的函数解析式；

(3) 若小张一次购买该种子花费了 30 元，求他购买种子的数量.

【例 2】 如图 1 所示，在 A，B 两地之间有汽车站 C 站，客车由 A 地驶往 C 站，货车由 B 地驶往 A 地. 两车同时出发，匀速行驶. 图 2 是客车、货车离 C 站的路程 y_1，y_2（千米）与行驶时间 x（小时）之间的函数关系图象.

(1) 填空：A，B 两地相距________千米；

(2) 求两小时后，货车离 C 站的路程 y_2 与行驶时间 x 之间的函数关系式；

(3) 客、货两车何时相遇？

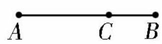


图1

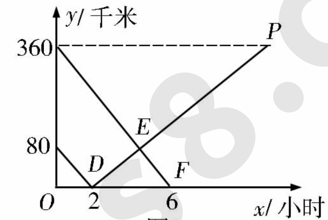


图2

四、中考链接

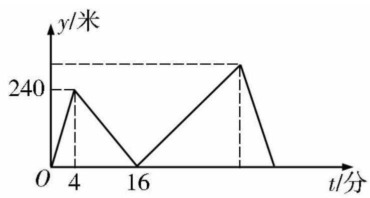
1.（2018 · 咸宁）甲、乙两人在笔直的湖边公路上同起点、同终点、同方向匀速步行 2 400 米，先到终点的人原地休息. 已知甲先出发 4 分钟，在整个步行过程中，甲、乙两人的距离 y（米）与甲出发的时间 t（分）之间的关系如图所示，下列结论：

① 甲步行的速度为 60 米 / 分；

② 乙走完全程用了 32 分钟；

③ 乙用 16 分钟追上甲；

④ 乙到达终点时，甲离终点还有 300 米



其中正确的结论有　　　　（　　）

A. 1 个　　　B. 2 个　　　C. 3 个　　　D. 4 个

2.（2019 · 河北）长为 300 m 的春游队伍，以 v(m/s) 的速度向东行进，如图 1 和图 2，当队伍排尾行进到位置 O 时，在排尾处的甲有一物品要送到排头，送到后立即返回排尾，甲的往返速度均为 $2v$(m/s)，当甲返回排尾后，他及队伍均停止行进. 设排尾从位置 O 开始行进的时间为 t(s)，排头与 O 的距离为 $S_头$(m).

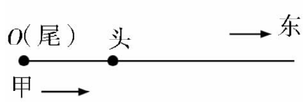


图1

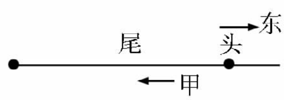


图2

(1) 当 $v = 2$ 时，解答：

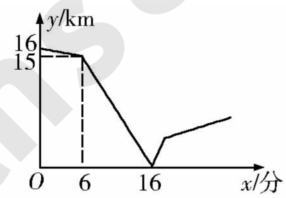
① 求 $S_头$ 与 t 的函数关系式（不写 t 的取值范围）；

② 当甲赶到排头位置时，求 S 的值；在甲从排头返回到排尾过程中，设甲与位置 O 的距离为 $S_{甲}$(m)，求 $S_{甲}$ 与 t 的函数关系式(不写 t 的取值范围).

(2) 设甲这次往返队伍的总时间为 T(s)，求 T 与 v 的函数关系式(不写 v 的取值范围)，并写出队伍在此过程中行进的路程.

五、拓展训练

1. 甲、乙两人在一条笔直的道路上相向而行，甲骑自行车从 A 地到 B 地，乙驾车从 B 地到 A 地，他们分别以不同的速度匀速行驶，已知甲先出发 6 分钟后，乙才出发，在整个过程中，甲、乙两人的距离 y(千米)与甲出发的时间 x(分)之间的关系如图所示，当乙到达终点 A 时，甲还需__________分钟到达终点 B.



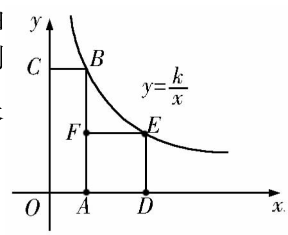
第 19 课时　反比例函数

一、课前热身

1. 已知反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$(k 为常数，$k\neq 0$) 的图象位于第一、三象限，写出一个符合条件的 k 的值为________.

2. 反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象经过点$(-2,3)$，则该反比例函数的解析式为________.

3. 如图，四边形 $OABC$ 是矩形，$ADEF$ 是正方形，点 A、D 在 x 轴的正半轴上，点 C 在 y 轴的正半轴上，点 F 在 AB 上，点 B、E 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象上，$OA=1$，$OC=6$，则正方形 $ADEF$ 的边长为________.



二、知识要点

1. 反比例函数的概念

(1) 定义：形如________($k\neq 0$，k 为常数) 的函数，叫做反比例函数.

(2) 反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$($k\neq 0$) 中 k 的意义：

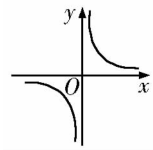
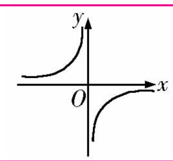
① 双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$($k\neq 0$) 上任意一点 $P(a,b)$ 满足 $ab=$________.

② 反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$($k\neq 0$) 中比例系数 k 的几何意义，即过双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$($k\neq 0$) 上任意一点引 x 轴、y 轴的垂线，与两坐标轴围成的矩形的面积为__________.

2. 反比例函数的图象与性质

(1) 反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象是________，且关于________对称.

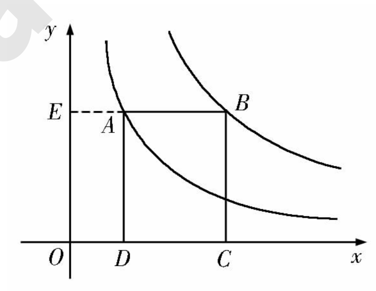
(2) 反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象和性质：

函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$	图象	所在象限	性质
$k>0$		第一、三象限	x，y 同号，在每个象限内，y 随 x 增大而减小
$k<0$		第二、四象限	x，y 异号，在每个象限内，y 随 x 增大而增大

3. 用待定系数法求反比例函数解析式.

4. 在实际问题中建立反比例函数模型，利用反比例函数的性质解决实际问题.

三、典例精析

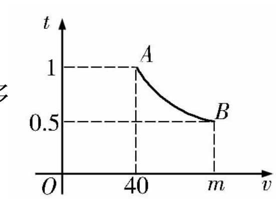


【例 1】 如图，点 A 在双曲线 $y=\dfrac{4}{x}$ 上，点 B 在双曲线 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 上，$AB\,/\!/\,x$ 轴，分别过点 A、B 向 x 轴作垂线，垂足分别为 D、C，若矩形 $ABCD$ 的面积是 8，则 k 的值为　(　　)

A. 12　　B. 10

C. 8　　D. 6

【例 2】 一辆汽车匀速通过某段公路，所需时间 t(h) 与行驶速度 v(km/h) 满足函数关系 $t=\dfrac{k}{v}$，其图象为如图所示的一段曲线且端点为 $A(40,1)$ 和 $B(m,0.5)$.



(1) 求 k 和 m 的值；

(2) 若行驶速度不得超过 60 km/h，则汽车通过该路段最少需要多少时间？

四、中考链接

1. (2018·淮安) 若点 $A(-2,3)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象上，则 k 的值是　(　　)

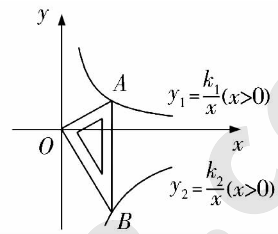
A. -6　　B. -2　　C. 2　　D. 6

2.(2018·香坊)对于反比例函数 $y=\frac{2}{x}$,下列说法不正确的是 ( )

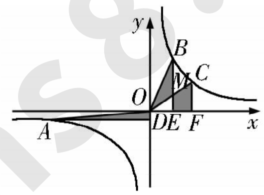
A. 点$(-2,-1)$在它的图象上　　B. 它的图象在第一、三象限

C. 当 $x>0$ 时,y 随 x 的增大而增大　　D. 当 $x<0$ 时,y 随 x 的增大而减小

3.(1)(2017·株洲)如图,一块 30°、60°、90° 的直角三角板,直角顶点 O 位于坐标原点,斜边 AB 垂直 x 轴,顶点 A 在函数 $y_1=\frac{k_1}{x}(x>0)$ 的图象上,顶点 B 在函数 $y_2=\frac{k_2}{x}(x>0)$ 的图象上,$\angle ABO=30°$,则$\frac{k_1}{k_2}=$ ________.



(2)(2019·株洲)如图所示,在平面直角坐标系 Oxy 中,点 A、B、C 为反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 上不同的三点,连接 OA、OB、OC,过点 A 作 $AD\perp y$ 轴于点 D,过点 B、C 分别作 BE、CF 垂直 x 轴于点 E、F,OC 与 BE 相交于点 M,记 $\triangle AOD$、$\triangle BOM$、四边形 $CMEF$ 的面积分别为 S_1、S_2、S_3,则 ( )



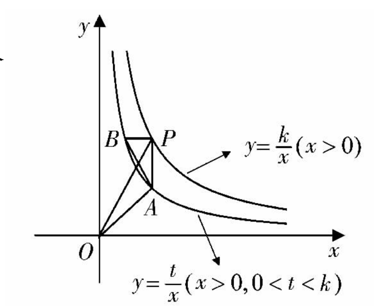
A. $S_1=S_2+S_3$　　B. $S_2=S_3$

C. $S_3>S_2>S_1$　　D. $S_1\cdot S_2<S_3^2$

4.(2017·株洲)如图,Rt$\triangle PAB$ 的直角顶点 $P(3,4)$ 在函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上,顶点 A、B 在函数 $y=\frac{t}{x}(x>0,0<t<k)$ 的图象上,$PB\parallel x$ 轴,连接 OP、OA,记 $\triangle OPA$ 的面积为 $S_{\triangle OPA}$,Rt$\triangle PAB$ 的面积为 $S_{\triangle PAB}$,设 $W=S_{\triangle OPA}-S_{\triangle PAB}$.

(1)求 k 的值及 W 关于 t 的表达式;

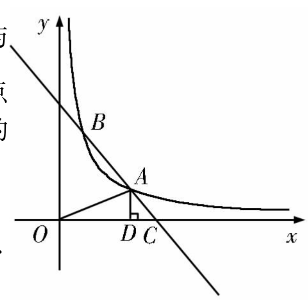
(2)若用 $W_{\max}$ 和 $W_{\min}$ 表示函数 W 的最大值和最小值,令 $T=W_{\max}+a^2-a$,其中 a 为实数,求 $T_{\min}$.



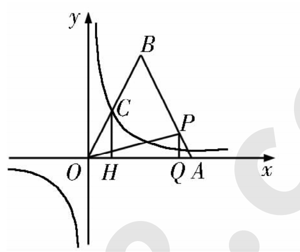
5.(2018·株洲)如图,已知函数 $y=\frac{k}{x}(k>0,x>0)$ 的图象与一次函数 $y=mx+5$ $(m<0)$ 的图象相交于不同的两点 A、B,过点 A 作 $AD\perp x$ 轴于点 D,连接 AO,其中点 A 的横坐标为 x_0,$\triangle AOD$ 的面积为 2.

(1)求 k 的值及当 $x_0=4$ 时 m 的值;

(2)记$[x]$表示不超过 x 的最大整数,例如:$[1.4]=1$,$[2]=2$.设 $t=OD\cdot DC$,若 $-\frac{3}{2}<m<-\frac{5}{4}$,求$[m^2\cdot t]$的值.



6.（2019·株洲）如图所示，在平面直角坐标系 Oxy 中，等腰 ΔOAB 的边 OB 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}(m>0)$ 的图像相交于点 C，其中 $OB=AB$，点 A 在 x 轴的正半轴上，点 B 的坐标为(2，4)，过点 C 作 $CH\perp x$ 轴于点 H.



(1) 已知一次函数的图像过点 O、B，求该一次函数的表达式；

(2) 若点 P 是线段 AB 上一点，满足 $OC=\sqrt{3}AP$，过点 P 作 $PQ\perp x$ 轴于点 Q，连接 OP，记 $\triangle OPQ$ 的面积为 $S_{\triangle OPQ}$，设 $AQ=t$，$T=OH^2-S_{\triangle OPQ}$.

① 用 t 表示 T（不需要写出 t 的取值范围）；

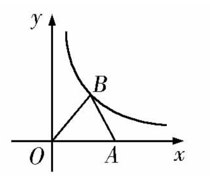
② 当 T 取最小值时，求 m 的值.

五、拓展训练

1. 如果反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 的图象经过点(−1，−2)，则 k 的值是　（　　）

A. 2　　B. −2　　C. −3　　D. 3

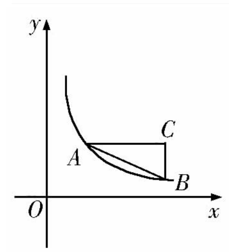
2. 如图，在直角坐标系中，点 A 是 x 轴正半轴上的一个定点，点 B 是双曲线 $y=\frac{3}{x}(x>0)$ 上的一个动点，当点 B 的横坐标逐渐增大时，$\triangle OAB$ 的面积将会　（　　）



A. 逐渐增大　　B. 不变

C. 逐渐减小　　D. 先增大后减小

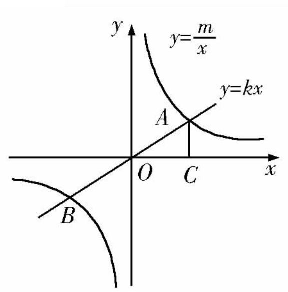
3. 如图，Rt$\triangle ABC$ 的两个锐角顶点 A，B 在函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上，$AC\ /\!/\ x$ 轴，$AC=2$，若点 A 的坐标为(2，2)，则点 B 的坐标为__________.



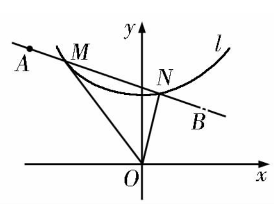
4. 如图，直线 $y=kx$（k 为常数，$k\neq0$）与双曲线 $y=\frac{m}{x}$（m 为常数，$m>0$）的交点为 A、B，$AC\perp x$ 轴于点 C，$\angle AOC=30^\circ$，$OA=2$.

(1) 求 m 的值；

(2) 点 P 在 y 轴上，如果 $S_{\triangle ABP}=3k$，求 P 点的坐标.



5. 如图，曲线 l 是由函数 $y=\frac{6}{x}$ 在第一象限内的图象绕坐标原点 O 逆时针旋转 45° 得到的，过点 $A(-4\sqrt{2},4\sqrt{2})$，$B(2\sqrt{2},2\sqrt{2})$ 的直线与曲线 l 相交于点 M、N，则 $\triangle OMN$ 的面积为________.



第 20 课时　二次函数的基本性质

一、课前热身

1. 下列函数中不是二次函数的是　　(　　)

A. $y=x^2$　　B. $y=3x^2-1$

C. $y=(x+1)^2-x^2$　　D. $y=x^2+x$

2. 二次函数 $y=-3(x-1)^2-2$ 的图象是一条________，开口向________，对称轴是________，顶点坐标是________；当 x ________时，y 有最________值为________；当 x ________时，y 随 x 的增大而增大，当 x ________时，y 随 x 的增大而减小.

3. 如果将抛物线 $y=x^2$ 向右平移 1 个单位，那么所得的抛物线的表达式是　　(　　)

A. $y=x^2-1$　　B. $y=x^2+1$

C. $y=(x-1)^2$　　D. $y=(x+1)^2$

二、知识要点

1. 二次函数的定义、图象和性质

(1) 定义：形如________________的函数叫做二次函数. 例如________.

(2) 二次函数定义中要求 $a\neq 0$，那么 b 和 c 是否可以为零呢？若 $b=0$，则 $y=$ ________. 若 $c=0$，则 $y=$ ________. 若 $b=c=0$，则 $y=$ ________. 以上三种形式都是二次函数的特殊形式，$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 是二次函数的一般形式.

(3) 图象：

二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象是________，其顶点坐标是________，对称轴是直线________.

(4) 性质：当 $a>0$ 时，开口向________，在对称轴的左侧，y 随 x 的增大而________；在对称轴的右侧，y 随 x 的增大而________；当 $x=-\dfrac{b}{2a}$ 时，$y_{最小值}=\dfrac{4ac-b^2}{4a}$.

当 $a<0$ 时，开口向________，在对称轴的左侧，y 随 x 的增大而________；在对称轴的右侧，y 随 x 的增大而________；当 $x=-\dfrac{b}{2a}$ 时，$y_{最大值}=\dfrac{4ac-b^2}{4a}$.

2. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 中 a,b,c 符号的确定

(1) a 的符号由抛物线开口方向决定：当抛物线开口向上时，$a>0$；当抛物线开口向下时，$a<0$.

(2) c 的符号由抛物线与 y 轴交点的纵坐标决定：当抛物线交 y 轴于正半轴时，$c>0$；当抛物线交 y 轴于负半轴时，$c<0$.

(3) b 的符号由对称轴来决定：当对称轴在 y 轴左侧时，b 的符号与 a 的符号相同；当对称轴在 y 轴右侧时，b 的符号与 a 的符号相反，简记“左同右异”.

三、典例精析

【例 1】 m 为何值时，函数 $y=(m+1)x^{m^2-3m-2}$ 是二次函数？

【例 2】 对于二次函数 $y=x^2-2mx-3$，有下列说法：

① 它的图象与 x 轴有两个公共点；② 如果当 $x\leqslant 1$ 时 y 随 x 的增大而减小，则 $m=1$；③ 如果将它的图象向左平移 3 个单位后过原点，则 $m=-1$；④ 如果当 $x=4$ 时的函数值与 $x=2008$ 时的函数值相等，则当 $x=2012$ 时的函数值为 -3.

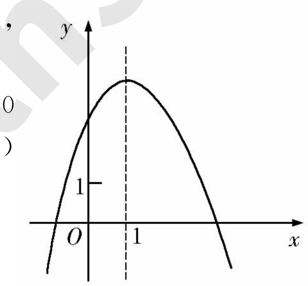
其中正确的说法是__________.（把你认为正确说法的序号都填上）

【例 3】 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象如右图所示，其对称轴为 $x=1$，有如下结论：

①$c<1$；②$2a+b=0$；③$b^2<4ac$；④ 若方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根为 x_1,x_2，则 $x_1+x_2=2$，则正确的结论是　　(　　)

A. ①②　　　B. ①③

C. ②④　　　D. ③④



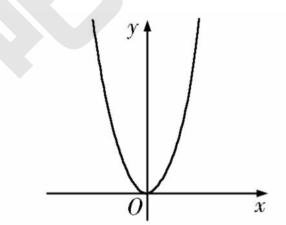
四、中考链接

1.（2017・连云港）已知抛物线 $y=ax^2(a>0)$ 过 $A(-2,y_1)$、$B(1,y_2)$ 两点，则下列关系式一定正确的是　　(　　)

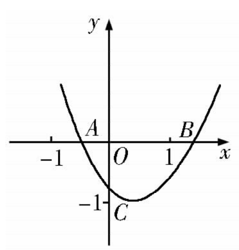
A. $y_1>0>y_2$　　　B. $y_2>0>y_1$

C. $y_1>y_2>0$　　　D. $y_2>y_1>0$

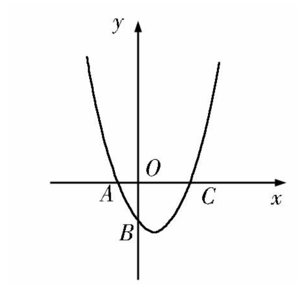
2.(1)（2018・株洲）已知二次函数 $y=ax^2$ 的图象如右图，则下列哪个选项表示的点有可能在反比例函数 $y=\dfrac{a}{x}$ 的图象上　　(　　)



（第 2 题(1)图）



（第 3 题图）



（第 4 题图）

A. $(-1,2)$　　B. $(1,-2)$　　C. $(2,3)$　　D. $(2,-3)$

(2)（2019・株洲）若二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图像开口向下，则 a ________ 0（填“$=$”或“$>$”或“$<$”）.

3. 如图，已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴分别交于 A、B 两点，与 y 轴交于 C 点，$OA=OC$. 则由抛物线的特征写出如下结论：

①$abc>0$；②$4ac-b^2>0$；③$a-b+c>0$；④$ac+b+1=0$.

其中正确的个数是 ( )

A. 4 个　　B. 3 个　　C. 2 个　　D. 1 个

4.（2017·株洲）如图所示二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴在 y 轴的右侧，其图象与 x 轴交于点 $A(-1,0)$ 与点 $C(x_2,0)$，且与 y 轴交于点 $B(0,-2)$，小强得到以下结论：①$0<a<2$；②$-1<b<0$；③$c=-1$；④当 $|a|=|b|$ 时，$x_2>\sqrt{5}-1$；以上结论中正确结论的序号为________.

五、拓展训练

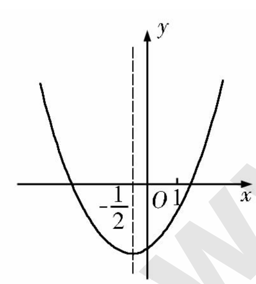
1. 二次函数 $y=x^2-2x+6$ 的最小值是____________.

2. 二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象上有两点 $(3,-8)$ 和 $(-5,-8)$，则此抛物线的对称轴是________.

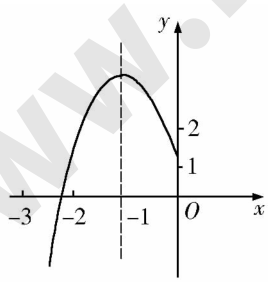
3. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象如图所示，对称轴为 $x=-\dfrac{1}{2}$. 下列结论中，正确的是 ( )

A. $abc>0$　　B. $a+b=0$

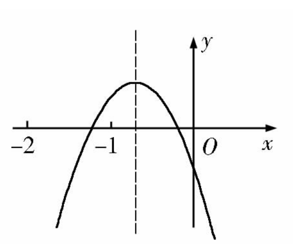
C. $2b+c>0$　　D. $4a+c<2b$



（第 3 题图）



（第 5 题图）



（第 6 题图）

4. 当 $k<0$ 时，一次函数 $y=kx-k$ 的图象不经过 ( )

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

5. 如图所示，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点为 $B(-1,3)$，与 x 轴的交点 A 在点 $(-3,0)$ 和 $(-2,0)$ 之间，以下结论：

①$b^2-4ac=0$；②$a+b+c>0$；③$2a-b=0$；④$c-a=3$

其中正确的有 ( )

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

6. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a、b、c 是常数，且 $a\neq 0$）的图象如图所示，下列结论错误的是 ( )

A. $4ac<b^2$　　B. $abc<0$

C. $b+c>3a$　　D. $a<b$

第 21 课时　二次函数的解析式

一、课前热身

1. 某二次函数的顶点坐标为(1，－3)，且其图象经过点(3,5)，则该函数的解析式为________________.

2. 已经二次函数 $y=ax^2+bx+3(a\neq 0)$ 的图象经过点 $A(3,0)$，$B(4,1)$，则此二次函数的解析式为____________________.

3. 某二次函数的图象与 x 轴相交于点(1,0) 和(－3,0)，且与 y 轴相交于(0，－6)，则该函数的解析式为________________.

二、知识要点

1. 待定系数法是确定二次函数解析式的常用方法

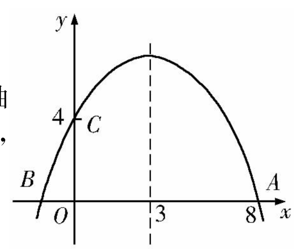
(1) 一般式：所给条件是图象上任意三点(或任意三对 x,y 的值)时，可设解析式为 $y=ax^2+bx+c$，将已知条件代入，组成三元一次方程组来求解.

(2) 顶点式：所给条件中已知顶点坐标或对称轴或最大(小)值时，可设解析式为 $y=a(x-h)^2+k$，将已知条件代入，求出待定系数.

(3) 交点式：所给条件中已知抛物线与 x 轴两交点坐标$(x_1,0)$，$(x_2,0)$，可设解析式为 $y=a(x-x_1)(x-x_2)$，将已知条件代入求出 a 值，再将解析式化为一般形式.

2. 二次函数与一元二次方程、一元二次不等式的联系.

三、典例精析

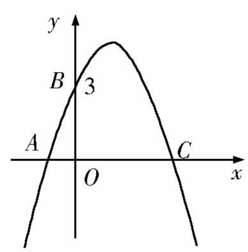


【例 1】 如图所示，已知抛物线的对称轴是直线 $x=3$，它与 x 轴交于 A，B 两点，与 y 轴交于 C 点，点 A，C 的坐标分别是(8,0)，(0,4)，求这个抛物线的解析式.

【例 2】 如图，抛物线的图象与 x 轴交于点 A，C，与 y 轴交于点 $B(0,3)$，其顶点坐标为(1,4).

(1) 求该抛物线的解析式；

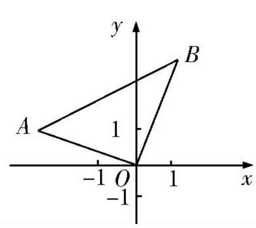
(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.



【例 3】 在平面直角坐标系中，$\triangle AOB$ 的位置如图所示，已知 $\angle AOB=90°$，$AO=BO$，点 A 的坐标为(－3,1).

(1) 求点 B 的坐标.

(2) 求过 A、O、B 三点的抛物线的解析式；



四、中考链接

1.（2018 · 湖州）已知抛物线 $y=ax^2+bx-3(a\neq 0)$ 经过点$(-1,0)$，$(3,0)$，求 a，b 的值.

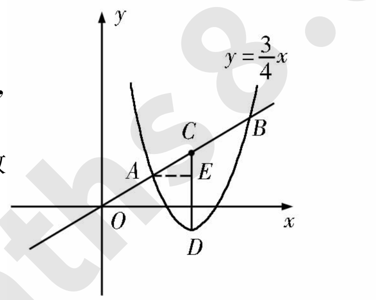
2.（2015 · 无锡）一次函数 $y=\frac{3}{4}x$ 的图象如下图所示，它与二次函数 $y=ax^2-4ax+c$ 的图象交于 A、B 两点（其中点 A 在点 B 的左侧），与这个二次函数图象的对称轴交于点 C.

（1）求点 C 的坐标.

（2）设二次函数图象的顶点为 D.

① 若点 D 与点 C 关于 x 轴对称，且 $\triangle ACD$ 的面积等于 3，求此二次函数的关系式.

② 若 $CD=AC$，且 $\triangle ACD$ 的面积等于 10，求此二次函数的关系式.



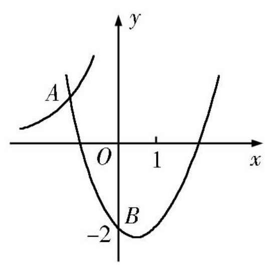
五、拓展训练

1.（1）已知二次函数的图象顶点是$(-1,2)$，且经过$(1,-2)$，那么这个二次函数的解析式是________.

（2）已知二次函数图象与 x 轴交点$(2,0)$，$(-1,0)$ 与 y 轴交点是$(0,-4)$，那么这个二次函数的解析式是________.

（3）已知抛物线顶点$(1,16)$，且抛物线与 x 轴的两交点间的距离为 8，那么这个二次函数的解析式是________.

2. 如右图，二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象过点 $B(0,-2)$，它与反比例函数 $y=-\frac{8}{x}$ 的图象交于点 $A(m,4)$，则这个二次函数的解析式为（　　）



A. $y=x^2-x-2$

B. $y=x^2-x+2$

C. $y=x^2+x-2$

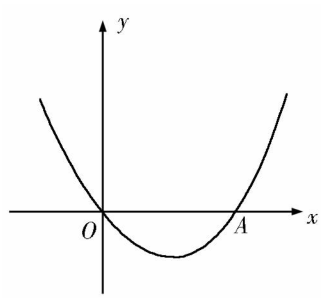
D. $y=x^2+x+2$

3. 如右图，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过坐标原点，并与 x 轴交于点 $A(2,0)$.

（1）求此抛物线的解析式；

（2）写出顶点坐标及对称轴；

（3）若抛物线上有一点 B，且 $S_{\triangle OAB}=3$，求点 B 的坐标.

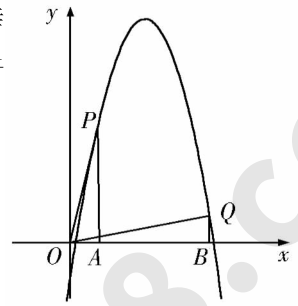


4.（2015·株洲）已知抛物线的表达式为 $y=-x^2+6x+c$.

（1）若抛物线与 x 轴有交点，求 c 的取值范围；

（2）设抛物线与 x 轴两个交点的横坐标分别为 x_1、x_2，若 $x_1^2+x_2^2=26$，求 c 的值；

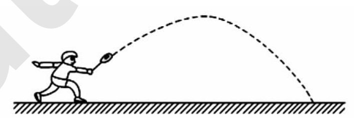
（3）若 P、Q 是抛物线上位于第一象限的不同两点，PA、QB 都垂直于 x 轴，垂足分别为 A、B，且 $\triangle OPA$ 与 $\triangle OQB$ 全等，求证：$c>-\frac{21}{4}$



第 22 课时　二次函数的应用

一、课前热身

1. 某年某月某日，中国羽毛球队蝉联苏迪曼杯团体赛冠军，成就了首个五连冠霸业. 比赛中羽毛球的某次运动路线可以看作是一条抛物线（如图），若不考虑外力因素，羽毛球行进高度 y（米）与水平距离 x（米）之间满足关系 $y=-\frac{2}{9}x^2+\frac{8}{9}x+\frac{10}{9}$，则羽毛球飞出的水平距离为________米.



二、知识要点

1. 能根据实际问题中的数量关系或者题中函数图象所提供的信息建立二次函数模型，解决一类与函数有关的应用性问题；

2. 应用数形结合思想来解决有关的二次函数与其他函数、方程、不等式等综合性问题是中考压轴题的重要内容.

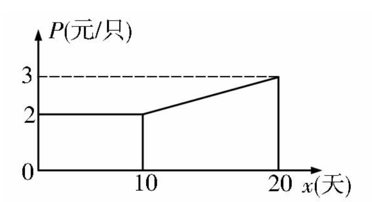
三、典例精析

【例 1】（2018·眉山）传统的端午节即将来临，某企业接到一批粽子生产任务，约定这批粽子的出厂价为每只 4 元，按要求在 20 天内完成. 为了按时完成任务，该企业招收了新工人，设新工人李明第 x 天生产的粽子数量为 y 只，y 与 x 满足如下关系：

$$y=\begin{cases}34x(0\leqslant x\leqslant 6)\\20x+80(6<x\leqslant 20)\end{cases}$$

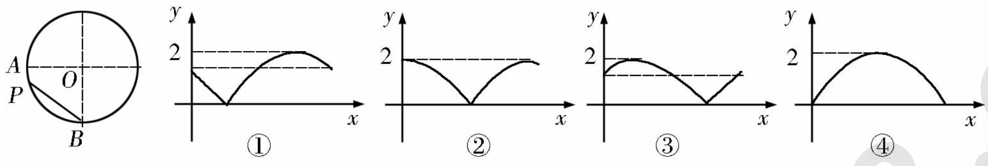
（1）李明第几天生产的粽子数量为 280 只？

（2）如图，设第 x 天生产的每只粽子的成本是 p 元，p 与 x 之间的关系可用图中的函数图象来刻画. 若李明第 x 天创造的利润为 w 元，求 w 与 x 之间的函数表达式，并求出第几天的利润最大？最大利润是多少元？（利润 = 出厂价 − 成本）



四、中考链接

1. 如图甲，A，B 是半径为 1 的 $\odot O$ 上两点，且 $OA\perp OB$，点 P 从点 A 出发，在 $\odot O$ 上以每秒一个单位长度的速度匀速运动，回到点 A 运动结束，设运动时间为 x(单位：s)，弦 BP 的长为 y，那么图乙图象中可能表示 y 与 x 函数关系的是 （　　）



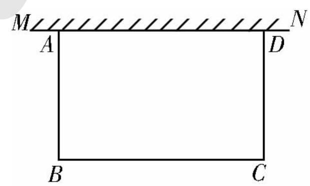
图甲　　　　图乙

A. ①　　B. ③　　C. ② 或 ④　　D. ① 或 ③

2. (2018·福建) 如下图，在足够大的空地上有一段长为 a 米的旧墙 MN，某人利用旧墙和木栏围成一个矩形菜园 $ABCD$，其中 $AD\leqslant MN$，已知矩形菜园的一边靠墙，另三边一共用了 100 米木栏.

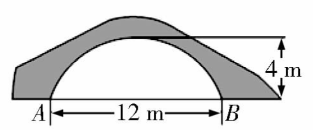
(1) 若 $a=20$，所围成的矩形菜园的面积为 450 平方米，求所利用旧墙 AD 的长；

(2) 求矩形菜园 $ABCD$ 面积的最大值.



五、拓展训练

1. 如右图的一座拱桥，当水面宽 AB 为 12 m 时，桥洞顶部离水面 4 m，已知桥洞的拱形是抛物线，以水平方向为 x 轴，建立平面直角坐标系，若选取点 A 为坐标原点时的抛物线解析式是 $y=-\frac{1}{9}(x-6)^2+4$，则选取点 B 为坐标原点时的抛物线解析式是________.



2. 某商店经销一种双肩包，已知这种双肩包的成本价为每个 30 元. 市场调查发现，这种双肩包每天的销售量 y(单位：个) 与销售单价 x(单位：元) 有如下关系：$y=-x+60(30\leqslant x\leqslant 60)$. 设这种双肩包每天的销售利润为 w 元.

(1) 求 w 与 x 之间的函数解析式；

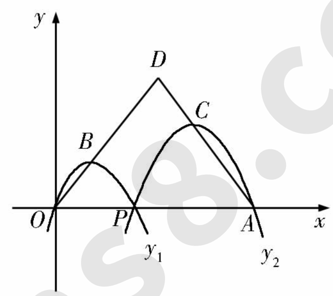
(2) 这种双肩包销售单价定为多少元时，每天的销售利润最大？最大利润是多少元？

(3) 如果物价部门规定这种双肩包的销售单价不高于 48 元，该商店销售这种双肩包每天要获得 200 元的销售利润，销售单价应定为多少元？

第 23 课时　二次函数综合问题

一、课前热身

1. 如图，已知点 $A(4,0)$，O 为坐标原点，P 是线段 OA 上任意一点（不含端点 O，A），过 P、O 两点的二次函数 y_1 和过 P、A 两点的二次函数 y_2 的图象开口均向下，它们的顶点分别为 B、C，射线 OB 与 AC 相交于点 D. 当 $OD=AD=3$ 时，这两个二次函数的最大值之和等于　（　　）



A. $\sqrt{5}$　　B. $\frac{4}{3}\sqrt{5}$

C. 3　　D. 4

二、知识要点

株洲市中考数学试卷的压轴题的常见形式为二次函数综合题，压轴题的设计主要考查函数关系式的确定，在平面直角坐标系中用代数式表示线段长，从而解决具体问题（尤其是定值证明问题）.

二次函数综合题通常包括线段长度与图形面积的最值型、某种特殊图形的存在型、定值证明型以及二次函数与二次方程的关系型等类型，而解决这些类型问题的有效方法：一是熟练掌握平面直角坐标系中的线段表示，二是将复杂的图形转化为各种具体的情形，使得问题简单化.

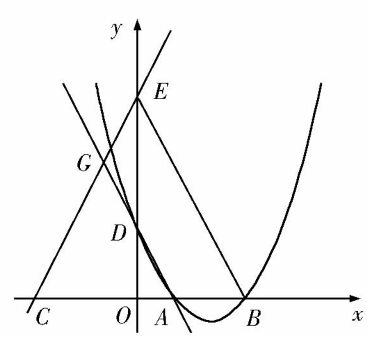
三、典例精析

【例 1】 已知抛物线 $y=x^2-(k+2)x+\frac{5k+2}{4}$ 和直线 $y=(k+1)x+(k+1)^2$.

(1) 求证：无论 k 取何实数值，抛物线总与 x 轴有两个不同的交点；

(2) 抛物线与 x 轴交于点 A、B，直线与 x 轴交于点 C，设 A、B、C 三点的横坐标分别是 x_1、x_2、x_3，求 $x_1\cdot x_2\cdot x_3$ 的最大值；

(3) 如果抛物线与 x 轴的交点 A、B 在原点的右边，直线与 x 轴的交点 C 在原点的左边，又抛物线、直线分别交 y 轴于点 D、E，直线 AD 交直线 CE 于点 G（如图），且 $CA\cdot GE=CG\cdot AB$，求抛物线的解析式.



四、中考链接

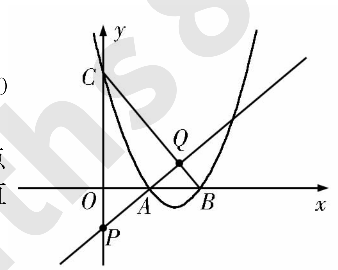
1.（2019·天津）已知抛物线 $y=x^2-bx+c$（b,c 为常数，$b>0$）经过点 $A(-1,0)$，点 $M(m,0)$ 是 x 轴正半轴上的点.

（1）当 $b=2$ 时，求抛物线的顶点坐标；

（2）点 $D(b,y_D)$ 在抛物线上，当 $AM=AD$，$m=5$ 时，求 b 的值；

（3）点 $Q(b+\frac{1}{2},y_Q)$ 在抛物线上，当 $\sqrt{2}AM+2QM$ 的最小值为 $\frac{33\sqrt{2}}{4}$ 时，求 b 的值.

2.（2016·株洲）已知二次函数 $y=x^2-(2k+1)x+k^2+k(k>0)$.



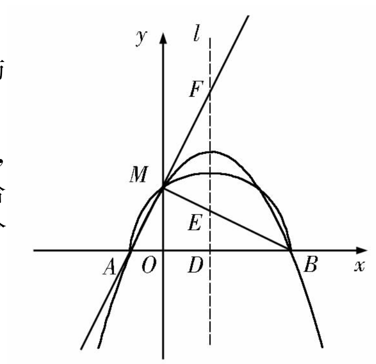
（1）当 $k=\frac{1}{2}$ 时，求这个二次函数的顶点坐标；

（2）求证：关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2k+1)x+k^2+k=0$ $(k>0)$ 有两个不相等的实根；

（3）如图，该二次函数图象与 x 轴交于 A、B 两点（A 点在 B 点的左侧），与 y 轴交于 C 点，P 是 y 轴负半轴上一点，且 $OP=1$，直线 AP 交 BC 于点 Q.

求证：$\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{AB^2}=\frac{1}{AQ^2}$.

3.（2017·株洲）已知二次函数 $y=-x^2+bx+c+1$.

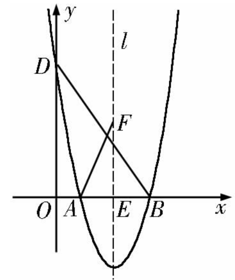


（1）当 $b=1$ 时，求这个二次函数的对称轴；

（2）若 $c=-\frac{1}{4}b^2-2b$，问：b 为何值时，二次函数的图象与 x 轴只有一个交点？

（3）若二次函数的图象与 x 轴交于点 $A(x_1,0)$、$B(x_2,0)$，且 $x_1<x_2$，与 y 轴的正半轴交于点 M. 以 AB 为直径的半圆恰好过点 M. 二次函数的对称轴 l 与 x 轴、直线 BM、直线 AM 分别交于点 D、E、F，且满足 $\frac{DE}{EF}=\frac{1}{3}$. 求二次函数的表达式.

4.（2018·株洲）已知二次函数 $y=ax^2-5\sqrt{3}x+c(a>0)$ 的图象抛物线与 x 轴相交于不同的两点 $A(x_1,0)$、$B(x_2,0)$，且 $x_1<x_2$.



（1）若该抛物线的对称轴为 $x=\sqrt{3}$，求 a 的值；

（2）若 $a=15$，求 c 的取值范围；

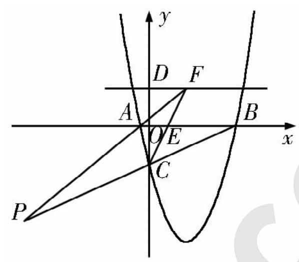
（3）如图，若该抛物线与 y 轴相交于点 D，连接 BD，且 $\angle OBD=60°$，抛物线的对称轴 l 与 x 轴相交于点 E，点 F 是直线 l 上的一点，点 F 的纵坐标为 $3+\frac{1}{2a}$，连接 AF，满足 $\angle ADB=\angle AFE$，求该二次函数的表达式.

5.（2019·株洲）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a>0)$.

（1）若 $a=1,b=-2,c=-1$.

① 求该二次函数图像的顶点坐标；

② 定义：对于二次函数 $y=px^2+qx+r(p\neq 0)$，满足方程 $y=x$ 的 x 值叫做该二次函数的"不动点".求证：二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 有两个不同的"不动点"；



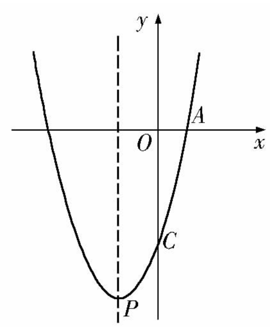
（2）设 $b=\frac{1}{2}c^3$，如图所示，在平面直角坐标系 Oxy 中，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与 x 轴分别相交于不同的两点 $A(x_1,0)$、$B(x_2,0)$，其中 $x_1<0,x_2>0$，与 y 轴相交于点 C，连接 BC，点 D 在 y 轴的正半轴上，且 $OC=OD$，又点 E 的坐标为 $(1,0)$，过点 D 作垂直于 y 轴的直线与直线 CE 相交于点 F，满足 $\angle AFC=\angle ABC$，FA 的延长线与 BC 的延长线相交于点 P，若 $\frac{PC}{PA}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5a^2+1}}$，求该二次函数的表达式.

五、拓展训练

1. 已知二次函数 $y=x^2+bx-4$ 的图象与 y 轴的交点为 C，与 x 轴正半轴的交点为 A，且 $\tan\angle ACO=\frac{1}{4}$.

（1）求二次函数的解析式；

（2）P 为二次函数图象的顶点，Q 为其对称轴上的一点，QC 平分 $\angle PQO$，求 Q 点坐标.

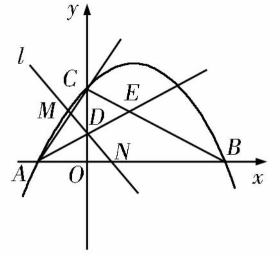


2.（2017·四市）如图，已知抛物线 $y=ax^2-2\sqrt{3}ax-9a$ 与坐标轴交于 A,B,C 三点，其中 $C(0,3)$，$\angle BAC$ 的平分线 AE 交 y 轴于点 D，交 BC 于点 E，过点 D 的直线 l 与射线 AC,AB 分别交于点 M,N.

（1）直接写出 a 的值、点 A 的坐标及抛物线的对称轴；

（2）点 P 为抛物线的对称轴上一动点，若 $\triangle PAD$ 为等腰三角形，求出点 P 的坐标；

（3）证明：当直线 l 绕点 D 旋转时，$\frac{1}{AM}+\frac{1}{AN}$ 均为定值，并求出该定值.



专题测试(三)

(时量:90 分钟　　分值:100 分)

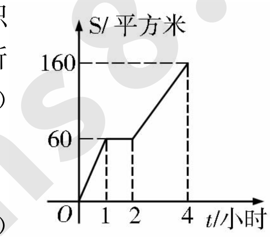
第Ⅰ卷(选择题　共 30 分)

一、选择题(每小题有且只有一个正确答案,本题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

1. 函数 $y=\sqrt{x-2}$ 中自变量 x 的取值范围是　　(　　)

A. $x\geqslant 0$　　B. $x\geqslant -2$　　C. $x\geqslant 2$　　D. $x\leqslant -2$

2. 园林队在某公园进行绿化,中间休息了一段时间. 已知绿化面积 S(单位:平方米)与工作时间 t(单位:小时)的函数关系的图象如图所示,则休息后园林队每小时绿化面积为　　(　　)



A. 40 平方米　　B. 50 平方米

C. 80 平方米　　D. 100 平方米

3. 下列函数中,图象经过原点的是　　(　　)

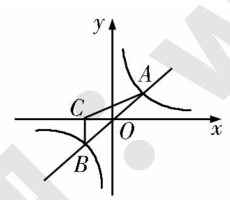
A. $y=3x$　　B. $y=1-2x$　　C. $y=\dfrac{4}{x}$　　D. $y=x^2-1$

4. 已知点 $A(2,y_1)$、$B(4,y_2)$ 都在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k<0)$ 的图象上,则 y_1、y_2 的大小关系为　　(　　)

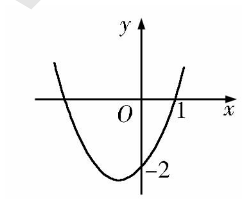
A. $y_1>y_2$　　B. $y_1<y_2$　　C. $y_1=y_2$　　D. 无法比较

5. 已知二次函数 $y=a(x-h)^2+k(a>0)$,其图象过点 $A(0,2)$,$B(8,3)$,则 h 的值可以是　　(　　)

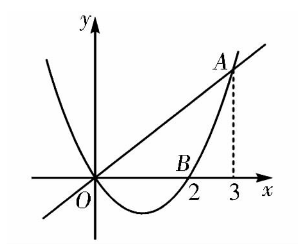
A. 6　　B. 5　　C. 4　　D. 3



(第 6 题图)



(第 7 题图)



(第 8 题图)

6. 如图,正比例函数 $y=x$ 与反比例函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 的图象相交于 A,B 两点,$BC\perp x$ 轴于点 C,则 $\triangle ABC$ 的面积为　　(　　)

A. 1　　B. 2　　C. $\dfrac{3}{2}$　　D. $\dfrac{5}{2}$

7. 如图,抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 过点 $(1,0)$ 和点 $(0,-2)$,且顶点在第三象限,设 $P=a-b+c$,则 P 的取值范围是　　(　　)

A. $-4<P<0$　　B. $-4<P<-2$　　C. $-2<P<0$　　D. $-1<P<0$

8. 如图,已知二次函数 $y_1=\dfrac{2}{3}x^2-\dfrac{4}{3}x$ 的图象与正比例函数 $y_2=\dfrac{2}{3}x$ 的图象交于点 $A(3,$

2)，与 x 轴交于点 $B(2,0)$，若 $0<y_1<y_2$，则 x 的取值范围是 （　　）

A. $0<x<2$　　B. $0<x<3$　　C. $2<x<3$　　D. $x<0$ 或 $x>3$

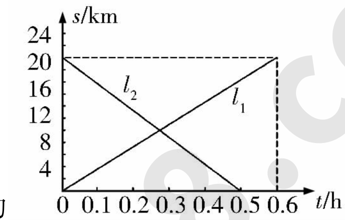
9. 甲、乙两辆摩托车同时分别从相距 20 km 的 A，B 两地出发，相向而行. 图中 l_1，l_2 分别表示甲、乙两辆摩托车到 A 地的距离 s(km) 与行驶时间 t(h) 之间的函数关系. 则下列说法错误的是 （　　）

A. 乙摩托车的速度较快

B. 经过 0.3 小时甲摩托车行驶到 A，B 两地的中点

C. 经过 0.25 小时两摩托车相遇

D. 当乙摩托车到达 A 地时，甲摩托车距离 A 地 $\frac{50}{3}$ km



10. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$(a，b，c 为常数且 $a\neq 0$) 中的 x 与 y 的部分对应值如下表：

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12

给出了结论：

(1) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 有最小值，最小值为 -3；

(2) 当 $-\frac{1}{2}<x<2$ 时，$y<0$；

(3) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴有两个交点，且它们分别在 y 轴两侧.

则其中正确结论的个数是 （　　）

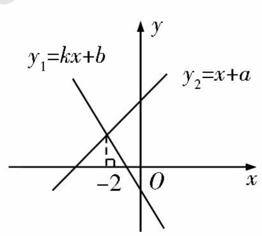
A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. 0

第 Ⅱ 卷(非选择题　共 70 分)

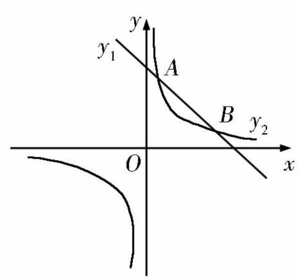
二、填空题(本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

11. 在平行四边形 $ABCD$ 中，已知点 $A(-1,0)$，$B(2,0)$，$D(0,1)$，则点 C 的坐标为________.

12. 一次函数 $y_1=kx+b$ 与 $y_2=x+a$ 的图象如图所示，则 $kx+b>x+a$ 的解集是________.



(第 12 题图)



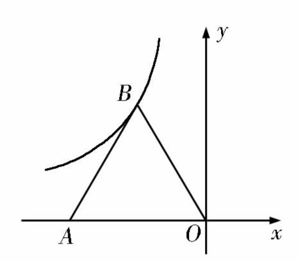
(第 13 题图)

13. 如图，一次函数 $y_1=ax+b(a\neq 0)$ 与反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象交于 $A(1,4)$，$B(4,1)$ 两点，若 $y_1>y_2$，则 x 的取值范围是________.

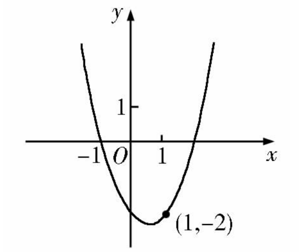
14. 如图，等边三角形 AOB 的顶点 A 的坐标为 $(-4,0)$，顶点 B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x<0)$

的图象上，则 $k=$ ________.

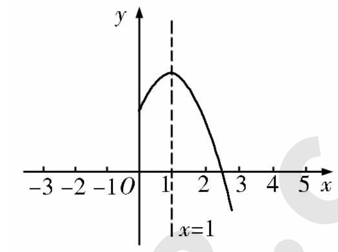
15. 如图，已知二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象经过点 $(-1,0)$，$(1,-2)$，当 y 随 x 的增大而增大时，x 的取值范围是________.



（第 14 题图）



（第 15 题图）



（第 16 题图）

16. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a,b,c 是常数，$a\neq 0$）图象的对称轴是直线 $x=1$，其图象的一部分如图所示. 对于下列说法：①$abc<0$；② 当 $-1<x<3$ 时，$y>0$；③$3a+c<0$；④$a-b+c<0$，其中正确的是________（把正确的序号都填上）.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 52 分）

17.（本题满分 6 分）在直角坐标系 xOy 中，直线 l 过 $(1,3)$ 和 $(3,1)$ 两点，且与 x 轴、y 轴分别交于 A，B 两点.

(1) 求直线 l 的函数关系式；

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积.

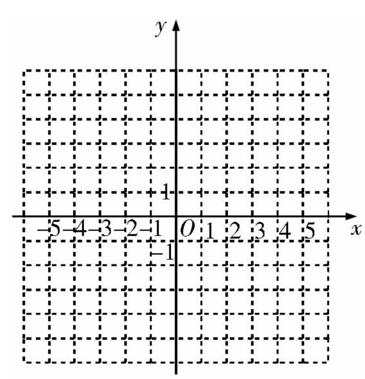
18.（本题满分 6 分）已知抛物线 $y=-x^2+2x+2$.

(1) 该抛物线的对称轴是________，顶点坐标是________；

(2) 选取适当的数据填入下表，并在下图的直角坐标系内描点画出该抛物线的图象；

x	…						…
y	…						…

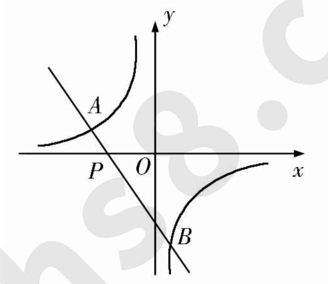
(3) 若该抛物线上两点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 的横坐标满足 $x_1>x_2>1$，试比较 y_1 与 y_2 的大小.



19.（本题满分 6 分）如图，一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象过点 $P(-\frac{3}{2},0)$，且与反比例函数 $y=\frac{m}{x}(m\neq 0)$ 的图象相交于点 $A(-2,1)$ 和点 B.

（1）求一次函数和反比例函数的解析式；

（2）求点 B 的坐标，并根据图象回答：当 x 在什么范围内取值时，一次函数的函数值小于反比例函数的函数值？



20.（本题满分 8 分）九(1)班数学兴趣小组经过市场调查，整理出某种商品在第 x $(1\leqslant x\leqslant 90)$ 天的售价与销量的相关信息如下表：

时间 x(天)	$1\leqslant x<50$	$50\leqslant x\leqslant 90$
售价(元/件)	$x+40$	90
每天销量(件)	$200-2x$	

已知该商品的进价为每件 30 元，设销售该商品每天的利润为 y 元.

（1）求 y 与 x 的函数关系式；

（2）问销售该商品第几天时，每天销售利润最大，最大利润是多少？

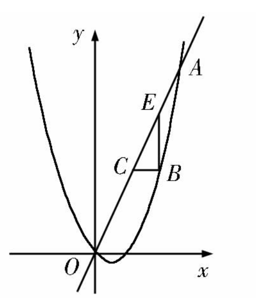
（3）该商品在销售过程中，共有多少天每天销售利润不低于 4 800 元？请直接写出结果.

21.（本题满分 8 分）如图，已知抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+bx$ 与直线 $y=2x$ 交于点 $O(0,0)$，$A(a,12)$，点 B 是抛物线上 O，A 之间的一个动点，过点 B 分别作 x 轴、y 轴的平行线与直线 OA 交于点 C，E.

（1）求抛物线的函数解析式；

（2）若点 C 为 OA 的中点，求 BC 的长；

（3）以 BC，BE 为边构造矩形 $BCDE$，设点 D 的坐标为 (m,n)，求出 m，n 之间的关系式.

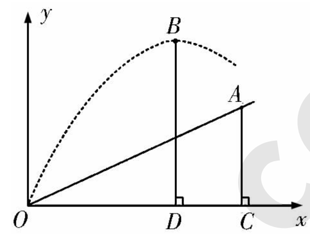


22.（本题满分 8 分）如图，小明在一次高尔夫球争霸赛中，从山坡下 O 点打出一球向球洞 A 点飞去，球的飞行路线为抛物线，如果不考虑空气阻力，当球达到最大水平高度 12 米时，球移动的水平距离为 9 米. 已知山坡 OA 与水平方向 OC 的夹角为 $30°$，O，A 两点相距 $8\sqrt{3}$ 米.

（1）求出点 A 的坐标及直线 OA 的解析式；

（2）求出球的飞行路线所在抛物线的解析式；

（3）判断小明这一杆能否把高尔夫球从 O 点直接打入球洞 A 点.

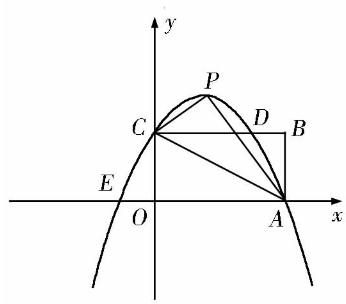


23.（本题满分 10 分）如图，已知矩形 $OABC$ 的长 $OA=\sqrt{3}$，宽 $OC=1$，将 $\triangle AOC$ 沿 AC 翻折得 $\triangle APC$.

（1）求 $\angle PCB$ 的度数；

（2）若 P，A 两点在抛物线 $y=-\frac{4}{3}x^2+bx+c$ 上，求 b，c 的值，并说明点 C 在此抛物线上；

（3）（2）中的抛物线与矩形 $OABC$ 边 CB 相交于点 D，与 x 轴相交于另外一点 E，若点 M 是 x 轴上的点，N 是 y 轴上的点，以点 E，M，D，N 为顶点的四边形是平行四边形，试求点 M，N 的坐标.



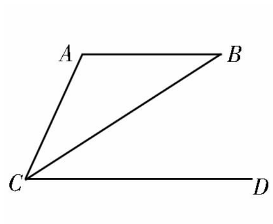
第四章　三角形

第 24 课时　相交线和平行线

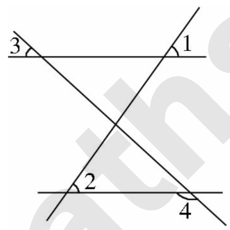
一、课前热身

1. 已知线段 $AB = 10$ cm，在直线 AB 上画线段 BC，使 $BC = 6$ cm，则线段 $AC =$ ________.

2. 如图，$\angle B = 30°$，若 $AB \parallel CD$，CB 平分 $\angle ACD$，则 $\angle ACD =$ ________.



（第 2 题图）



（第 3 题图）

3. 如图，$\angle 1 = \angle 2$，$\angle 3 = 40°$，则 $\angle 4$ 等于________.

二、知识要点

1. 直线、线段、射线

(1) 线段有________个端点；射线是把线段向________个方向无限延伸所形成的图形，射线有________个端点；直线是把线段向________端无限延伸所形成的图形，直线________端点.

(2) 公理：经过两点____________一条直线，两点之间，____________最短.

(3) 两点之间的距离是指____.

(4) 线段的中点：若点 C 是 AB 的中点，则________. ________________叫两点之间的距离.

2. 角

(1) 定义：____叫角.

(2) 角平分线：若射线 OC 是 $\angle AOB$ 的平分线，则____________________.

(3) 角平分线的性质：____.

角平分线的判定：____.

(4) 角的度量：1 周角 $=$ ______平角 $=$ ______直角 $=$ ______$°$ $=$ ______$'$ $=$ ______$''$.

(5) 余角和补角：如果两个角的和是________，那么称这两个角互为余角，其中一个角叫另一个角的余角；如果两个角的和是________，那么称这两个角互为补角，其中一个角叫另一个角的补角.

性质：同角或等角的余角________；同角或等角的补角________.

3. 两直线相交

(1) 两直线相交，只有一个交点.

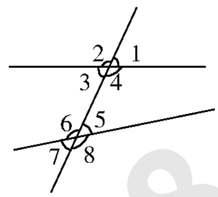
（2）当两直线相交构成的四个角中，有一个角为直角就称这两条直线互相________.

（3）在同一平面内，经过一点，________________与已知直线垂直.

（4）____叫点到直线的距离.

（5）直线外一点与直线上各点连接的所有线段中，________________最短.

（6）三线八角



如图，对顶角有________________________________.

对顶角的性质是________________________________.

邻补角有______________________________________.

同位角有______________________________________.

内错角有______________________________________.

同旁内角有____________________________________.

4. 两直线平行

（1）定义：____.

（2）平行公理：____.

（3）平行线的性质：____________________________；____________________________；

____.

平行线的判定：____；

____；

____.

5. 命题

（1）____叫定义.

（2）____叫命题.

（3）命题由__________________组成. 命题根据结论的真假可分为________与________.

（4）____叫公理.

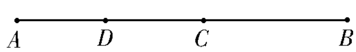
（5）写出一个命题及其逆命题________________. ________________________________.

（6）写出一个有逆定理的定理____.

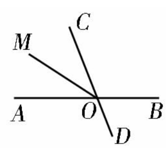
三、典例精析

【例 1】（1）如图，C，D 是线段 AB 上两点，D 是线段 AC 的中点，若 $AB = 10$ cm，$BC = 4$ cm，则 AD 的长等于（　　）

A. 2 cm　　B. 3 cm　　C. 4 cm　　D. 6 cm



（例题 1(1)图）

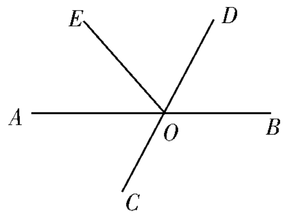


（例题 1(2)图）

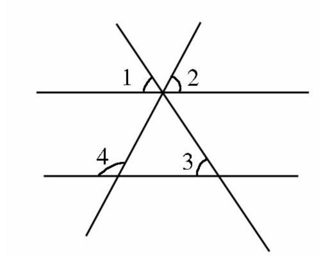
（2）如图，直线 AB，CD 交于点 O，射线 OM 平分 $\angle AOC$，若 $\angle BOD = 76°$，则 $\angle BOM$ 等于（　　）

A. 38°　　B. 104°　　C. 142°　　D. 144°

【例 2】 如图，已知直线 AB，CD 相交于点 O，OA 平分 $\angle EOC$，$\angle EOC = 100°$，则 $\angle BOD =$ __________.



（例题 2 图）

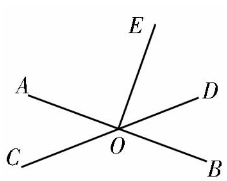


（例题 3 图）

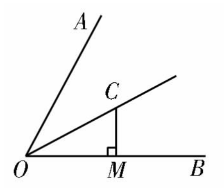
【例 3】 如图，已知 $\angle 1=\angle 2=\angle 3=59^{\circ}$，则 $\angle 4=$__________.

四、中考链接

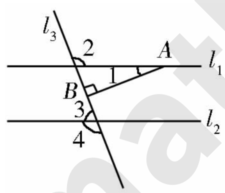
1.（2018·河南）如图，直线 AB，CD 相交于点 O，$EO\perp AB$ 于点 O，$\angle EOD=50^{\circ}$，则 $\angle BOC$ 的度数为__________.



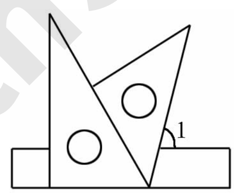
（第 1 题图）



（第 2 题图）



（第 3 题图）



（第 4 题图）

2.（2018·德州）如图，OC 为 $\angle AOB$ 的平分线，$CM\perp OB$，$OC=5$，$OM=4$，则点 C 到射线 OA 的距离为________.

3.（2018·株洲）如图，直线 l_1、l_2 被直线 l_3 所截，且 $l_1 /\!/ l_2$，过 l_1 上的点 A 作 $AB\perp l_3$ 交 l_3 于点 B，其中 $\angle 1<30^{\circ}$，则下列一定正确的是（　　）

A. $\angle 2>120^{\circ}$　　B. $\angle 3<60^{\circ}$

C. $\angle 4-\angle 3>90^{\circ}$　　D. $2\angle 3>\angle 4$

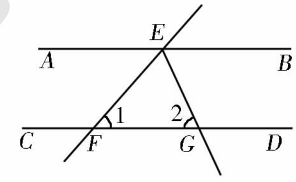
4.（2019·广西北部湾经济区）将一副三角板按如图所示的位置摆放在直尺上，则 $\angle 1$ 的度数为（　　）

A. 60°　　B. 65°　　C. 75°　　D. 85°

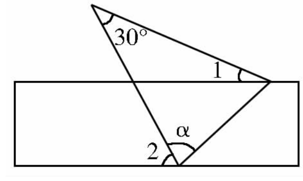
五、拓展训练

1. 如图，$AB /\!/ CD$，直线 EF 交 AB 于点 E，交 CD 于点 F，EG 平分 $\angle BEF$，交 CD 于点 G，$\angle 1=50^{\circ}$，则 $\angle 2$ 等于（　　）

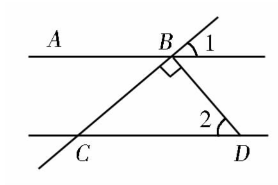
A. 50°　　B. 60°　　C. 65°　　D. 90°



（第 1 题图）



（第 2 题图）



（第 3 题图）

2. 如图，将一张含有 30° 角的三角形纸片的两个顶点叠放在矩形的两条对边上，若 $\angle 2=$

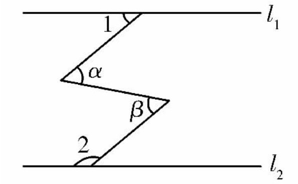
$44°$,则 $\angle 1$ 的大小为 (　　)

A. $14°$　　B. $16°$　　C. $90° - \alpha$　　D. $\alpha - 44°$

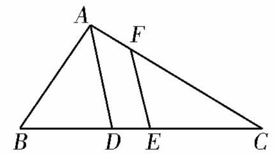
3. 如图,$AB \parallel CD$,$DB \perp BC$,$\angle 1 = 40°$,则 $\angle 2$ 的度数是 (　　)

A. $40°$　　B. $50°$　　C. $60°$　　D. $140°$

4. 如图,直线 $l_1 \parallel l_2$,$\angle\alpha = \angle\beta$,$\angle 1 = 40°$,则 $\angle 2 =$ ________.



（第 4 题图）



（第 5 题图）

5. 如图,$\triangle ABC$ 中,E 是 BC 中点,AD 是 $\angle BAC$ 的平分线,$EF \parallel AD$ 交 AC 于 F. 若 $AB = 11$,$AC = 15$,则 FC 的长为 (　　)

A. 11　　B. 12　　C. 13　　D. 14

第 25 课时　三角形

一、课前热身

1. $\triangle ABC$ 的三边 a,b,c 满足 $|a-b|+|b-c|=0$,则 $\triangle ABC$ 的形状是 (　　)

A. 等边三角形　　B. 直角三角形　　C. 锐角三角形　　D. 钝角三角形

2. 三角形的下列线段中能将三角形的面积分成相等两部分的是 (　　)

A. 中线　　B. 角平分线　　C. 高　　D. 中位线

3. 下列各组数可能是一个三角形的边长的是 (　　)

A. 1,2,4　　B. 4,5,9　　C. 4,6,8　　D. 5,5,11

二、知识要点

1. 三角形的分类

(1) 三角形按边分类如下：

三角形 { ________三角形
　　　　________三角形 { 底和腰不等的________三角形
　　　　　　　　　　　　________三角形

(2) 三角形按角分类如下：

三角形 { ________三角形
　　　　________三角形
　　　　________三角形

2. 三角形的三线(高、角平分线、中线)

(1) 高：____；

(2) 角平分线：________________________________；

(3) 中线：____________________________________.

3. 三角形的性质

(1) 三角形三边的关系：______________________________.

(2) 三角形的内角和定理：______________________________.

(3) 三角形的外角和是：______________________________.

(4) 三角形外角的性质：______________________________.

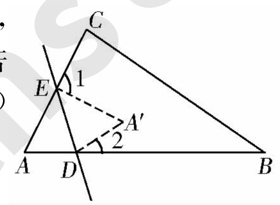
(5) 三角形的中位线定理：______________________________.

三、典例精析

【例 1】 现有 3 cm，4 cm，7 cm，9 cm 长的四根木棒，任取其中三根组成一个三角形，那么可以组成的三角形的个数是　　(　　)

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

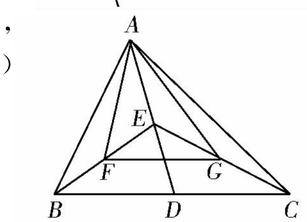
【例 2】 如图，在折纸活动中，小明制作了一张 $\triangle ABC$ 纸片，点 D，E 分别在边 AB，AC 上，将 $\triangle ABC$ 沿着 DE 折叠压平，A 与 A' 重合，若 $\angle A = 75^\circ$，则 $\angle 1 + \angle 2 =$　　(　　)



A. 150°　　B. 210°

C. 105°　　D. 75°

【例 3】 如图，$\triangle ABC$ 的面积是 12，点 D，E，F，G 分别是 BC，AD，BE，CE 的中点，则 $\triangle AFG$ 的面积是　　(　　)



A. 4.5　　B. 5

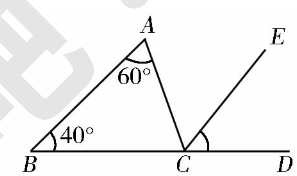
C. 5.5　　D. 6

四、中考链接

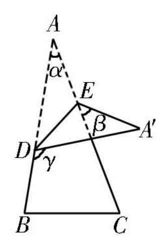
1. (2018·泰州) 已知三角形两边的长分别为 1、5，第三边长为整数，则第三边的长为__________.

2. (2018·广西) 如图，$\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的外角，CE 平分 $\angle ACD$，若 $\angle A = 60^\circ$，$\angle B = 40^\circ$，则 $\angle ECD$ 等于　　(　　)

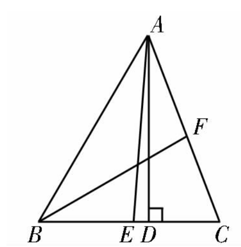
A. 40°　　B. 45°　　C. 50°　　D. 55°



(第 2 题图)



(第 3 题图)



(第 4 题图)

3. (2018·聊城) 如图，将一张三角形纸片 ABC 的一角折叠，使点 A 落在 $\triangle ABC$ 外的 A' 处，折痕为 DE. 如果 $\angle A = \alpha$，$\angle CEA' = \beta$，$\angle BDA' = \gamma$，那么下列式子中正确的是　　(　　)

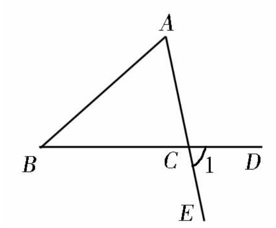
A. $\gamma = 2\alpha + \beta$　　B. $\gamma = \alpha + 2\beta$　　C. $\gamma = \alpha + \beta$　　D. $\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$

4. (2018·黄石) 如图，$\triangle ABC$ 中，AD 是 BC 边上的高，AE、BF 分别是 $\angle BAC$、$\angle ABC$ 的平分线，$\angle BAC = 50^\circ$，$\angle ABC = 60^\circ$，则 $\angle EAD + \angle ACD =$　　(　　)

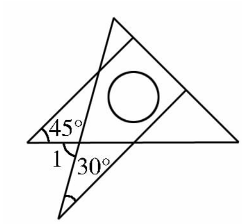
A. 75°　　B. 80°　　C. 85°　　D. 90°

五、拓展训练

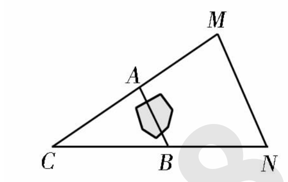
1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=60^\circ$，$\angle B=40^\circ$，点 D、E 分别在 BC、AC 的延长线上，则 $\angle 1=$ ________°.



（第 1 题图）



（第 2 题图）



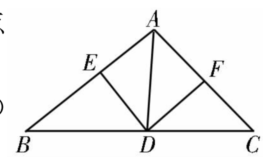
（第 3 题图）

2. 将一副直角三角板如图放置，使含 30° 角的三角板的直角边和含 45° 角的三角板一条直角边在同一条直线上，则 $\angle 1$ 的度数为 （　　）

A. 75°　　B. 65°　　C. 45°　　D. 30°

3. 如图，A，B 两点被池塘隔开，不能直接测量其距离. 于是，小明在岸边选一点 C，连接 CA，CB，分别延长到点 M，N，使 $AM=AC$，$BN=BC$，测得 $MN=200$ m，则 A，B 间的距离为 ________m.

4. 如图，AD 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的平分线，$DE\perp AB$ 交 AB 于点 E，$DF\perp AC$ 交 AC 于点 F，$S_{\triangle ABC}=7$，$DE=2$，$AB=4$，则 AC 长是 （　　）



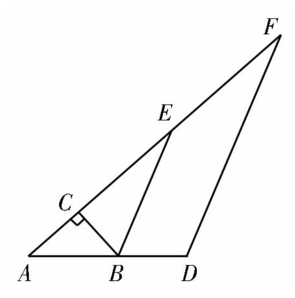
A. 4　　B. 3

C. 6　　D. 5

5. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$\angle A=40^\circ$，$\triangle ABC$ 的外角 $\angle CBD$ 的平分线 BE 交 AC 的延长线于点 E.

(1) 求 $\angle CBE$ 的度数；

(2) 过点 D 作 $DF\parallel BE$，交 AC 的延长线于点 F，求 $\angle F$ 的度数.

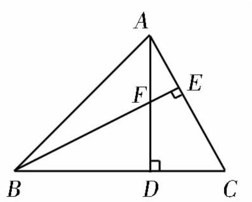


第 26 课时　全等三角形

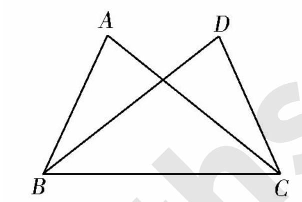
一、课前热身

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ABC = 45^\circ$，F 是高 AD 和 BE 的交点，$CD = 4$，则线段 DF 的长度为　（　　）

A. $2\sqrt{2}$　　B. 4　　C. $3\sqrt{2}$　　D. $4\sqrt{2}$



（第 1 题图）



（第 2 题图）

2. 如图，已知 $\angle ABC = \angle DCB$，下列所给条件不能证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 的是　（　　）

A. $\angle A = \angle D$　　B. $AB = DC$

C. $\angle ACB = \angle DBC$　　D. $AC = BD$

二、知识要点

1. 定义：________________叫全等形，________________叫全等三角形.

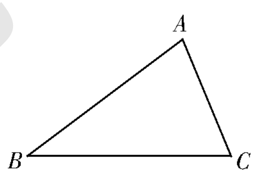
2. 全等三角形的性质：全等三角形的对应边________，对应角________.

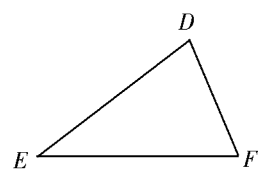
3. 全等三角形的判定：一般三角形有________，________，________，AAS；对于两个直角三角形，还有________.

4. 常用的隐含条件有____.

三、典例精析

【例 1】 如图，给出下列四组条件：





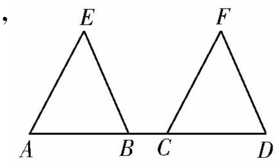
①$AB = DE, BC = EF, AC = DF$；　②$AB = DE, \angle B = \angle E, BC = EF$；

③$\angle B = \angle E, BC = EF, \angle C = \angle F$；　④$AB = DE, AC = DF, \angle B = \angle E$.

其中，能使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的条件共有　（　　）

A. 1 组　　B. 2 组　　C. 3 组　　D. 4 组

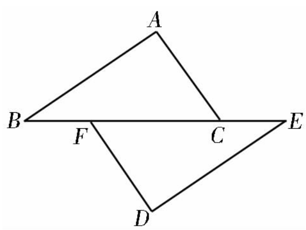
【例 2】 如图，点 A，B，C，D 在同一条直线上，$AB = CD$，$AE \parallel CF$，且 $AE = CF$. 求证：$\angle E = \angle F$.



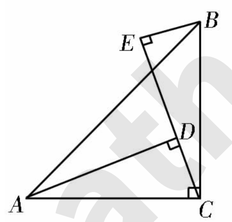
四、中考链接

1.（2019 · 安顺）如图，点 B、F、C、E 在一条直线上，$AB \parallel ED$，$AC \parallel FD$，那么添加下列一个条件后，仍无法判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的是（　　）

A. $\angle A = \angle D$　　B. $AC = DF$　　C. $AB = ED$　　D. $BF = EC$



（第 1 题图）



（第 2 题图）

2.（2018 · 临沂）如图，$\angle ACB = 90°$，$AC = BC$. $AD \perp CE$，$BE \perp CE$，垂足分别是点 D、E，$AD = 3$，$BE = 1$，则 DE 的长是（　　）

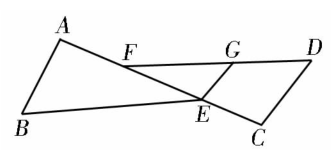
A. $\dfrac{3}{2}$　　B. 2

C. $2\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{10}$

3.（2018 · 怀化）已知：如图，点 A，F，E，C 在同一直线上，$AB \parallel DC$，$AB = CD$，$\angle B = \angle D$.

（1）求证：$\triangle ABE \cong \triangle CDF$；

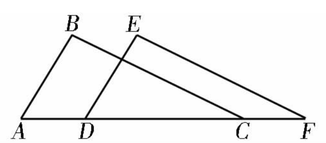
（2）若点 E，G 分别为线段 FC，FD 的中点，连接 EG，且 $EG = 5$，求 AB 的长.



4.（2018 · 桂林）如图，点 A、D、C、F 在同一条直线上，$AD = CF$，$AB = DE$，$BC = EF$.

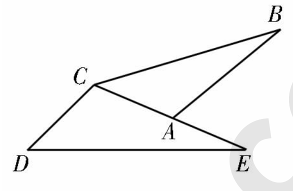
（1）求证：$\triangle ABC \cong DEF$；

（2）若 $\angle A = 55°$，$\angle B = 88°$，求 $\angle F$ 的度数.

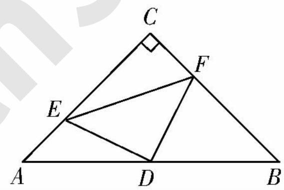


五、拓展训练

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CED$ 中，$AB \parallel CD$，$AB = CE$，$AC = CD$. 求证：$\angle B = \angle E$.



2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，$AC = BC = 4$，D 是 AB 的中点，点 E、F 分别在 AC、BC 边上运动（点 E 不与点 A、C 重合），且保持 $AE = CF$，连接 DE、DF、EF. 在此运动变化的过程中，有下列结论：



①$\triangle DFE$ 是等腰直角三角形；

② 四边形 $CEDF$ 不可能为正方形；

③ 四边形 $CEDF$ 的面积随点 E 位置的改变而发生变化；

④ 点 C 到线段 EF 的最大距离为$\sqrt{2}$.

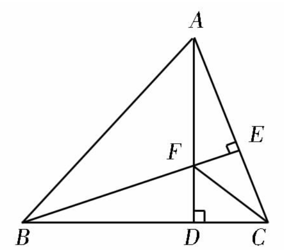
其中正确结论的个数是　　（　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

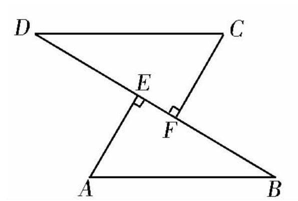
3. 如图，$\triangle ABC$ 中，$AB = BC$，$BE \perp AC$ 于点 E，$AD \perp BC$ 于点 D，$\angle BAD = 45°$，AD 与 BE 交于点 F，连接 CE，

(1) 求证：$BF = 2AE$；

(2) 若 $CD = \sqrt{2}$，求 AD 的长.



4. 如图，已知 $AB = CD$，$AE \perp BD$，$CF \perp BD$，垂足分别为 E，F，$BF = DE$. 求证：$AB \parallel CD$.



第27课时　等腰三角形

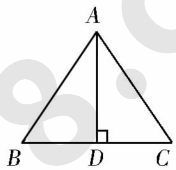
一、课前热身

1. 等腰三角形的顶角为80°，则它的底角是　　　　　　　(　　)

A. 20°　　　B. 50°　　　C. 60°　　　D. 80°

2. 等腰三角形的一条边长为6，另一边长为13，则它的周长为________.

3. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$AD\perp BC$，垂足为点D，若$\angle BAC=70^\circ$，则$\angle BAD=$________$^\circ$.



二、知识要点

1. 等腰三角形

(1) 定义：________________叫等腰三角形，其中，________________叫做腰，________________叫做底，________________叫顶角，________________叫底角.

(2) 性质：

① 等腰三角形的两个________相等（简称“等边对________”）.

② 等腰三角形的顶角________线、底边上的________线、底边上的________互相重合（简称“三线合一”）.

③ 判定：如果一个三角形有两个________相等，那么这两个角所对的________也相等（简称“等角对________”）.

2. 等边三角形

(1) 定义：________都相等的三角形叫做等边三角形.

(2) 性质：等边三角形的三个________都相等，且都等于________.

(3) 判定：

① 三个________都相等的三角形是等边三角形；

② 有一个角是________的________三角形是等边三角形.

3. 线段的垂直平分线

(1) 定义：________一条线段的直线，叫做这条线段的垂直平分线.

(2) 性质：线段垂直平分线上的点到这条线段________的距离相等.

(3) 逆定理：到一条线段________的距离相等的点在这条线段的垂直平分线上.

三、典例精析

【例1】 (1) 某等腰三角形的两条边长分别为3 cm和6 cm，则它的周长为　　　　(　　)

A. 9 cm　　　B. 12 cm　　　C. 15 cm　　　D. 12 cm或15 cm

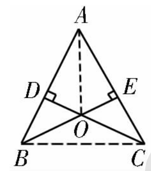
(2) 若等腰三角形中有一个角等于50°，则这个等腰三角形的顶角的度数为　　　(　　)

A50°　　　B. 80°　　　C. 60°　　　D. 50°或80°

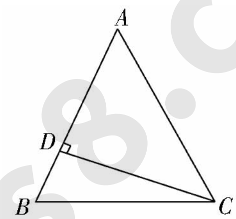
【例 2】 如图，$AB = AC$，$CD \perp AB$ 于 D，$BE \perp AC$ 于 E，BE 与 CD 相交于点 O.

(1) 求证：$AD = AE$；

(2) 连接 OA，BC，试判断直线 OA，BC 的关系并说明理由.



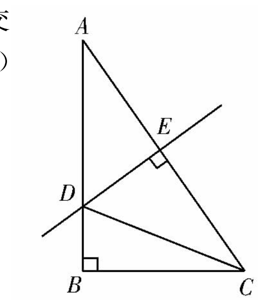
【例 3】 在等腰 $\triangle ABC$ 中，$\angle A = 30°$，$AB = 8$，则 AB 边上的高 CD 的长是________.



【例 4】 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle A = 30°$，DE 垂直平分斜边 AC，交 AB 于 D，E 是垂足，连接 CD，若 $BD = 1$，则 AC 的长是 (　　)

A. $2\sqrt{3}$　　B. 2

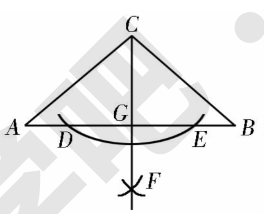
C. $4\sqrt{3}$　　D. 4



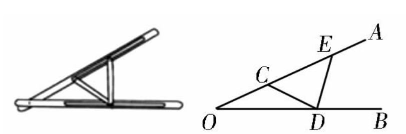
四、中考链接

1.（2019 · 广西北部湾经济区）如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AC = BC$，$\angle A = 40°$，观察图中尺规作图的痕迹，可知 $\angle BCG$ 的度数为 (　　)

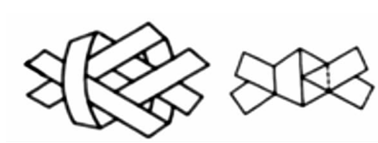
A. 40°　　B. 45°　　C. 50°　　D. 60°



（第 1 题图）



（第 2 题图）



（第 3 题图）

2.（2018 · 徐州）边长为 a 的正三角形的面积等于________.

3.（2019 · 衢州）"三等分角"大约是在公元前五世纪由古希腊人提出来的。借助如图所示的"三等分角仪"能三等分任一角。这个三等分角仪由两根有槽的棒 OA，OB 组成，两根棒在 O 点相连并可绕 O 转动，C 点固定，$OC = CD = DE$，点 D，E 可在槽中滑动，若 $\angle BDE = 75°$，则 $\angle CDE$ 的度数是 (　　)

A. 60°　　B. 65°　　C. 75°　　D. 80°

4.（2019 • 衢州）如图，取两根等宽的纸条折叠穿插，拉紧，可得边长为 2 的正六边形。则原来的纸带宽为（　　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

五、拓展训练

1. 已知实数 x,y 满足 $|x-4|+\sqrt{y-8}=0$，则以 x,y 的值为两边长的等腰三角形的周长是（　　）

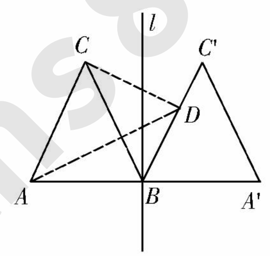
A. 20 或 16　　B. 20

C. 16　　D. 以上答案均不对

2. 如图，正 $\triangle ABC$ 的边长为 2，过点 B 的直线 $l\perp AB$，且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'BC'$ 关于直线 l 对称，D 为线段 BC' 上一动点，则 $AD+CD$ 的最小值是（　　）

A. 4　　B. $3\sqrt{2}$

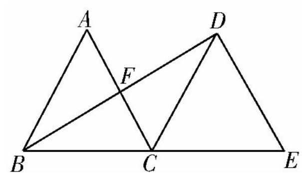
C. $2\sqrt{3}$　　D. $2+\sqrt{3}$



3. 如图，$\triangle ABC$ 是边长为 3 的等边三角形，将 $\triangle ABC$ 沿直线 BC 向右平移，使 B 点与 C 点重合，得到 $\triangle DCE$，连接 BD，交 AC 于 F.

(1) 猜想 AC 与 BD 的位置关系，并证明你的结论；

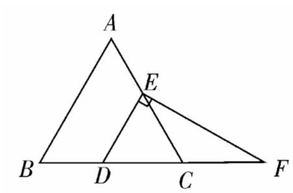
(2) 求线段 BD 的长.



4. 如图，在等边三角形 ABC 中，点 D,E 分别在边 BC,AC 上，且 $DE\parallel AB$，过点 E 作 $EF\perp DE$，交 BC 的延长线于点 F.

(1) 求 $\angle F$ 的度数；

(2) 若 $CD=2$，求 DF 的长.



第 28 课时　直角三角形和勾股定理

一、课前热身

1. 在直角三角形中，斜边和斜边上的中线的长的和为 9，则斜边上的中线长为________.

2. 直角三角形中一个锐角为 30°，斜边和最小的边的和为 12 cm，则斜边长为________.

3. 已知三组数据：①2，3，4；②3，4，5；③1，$\sqrt{3}$，2，分别以每组数据的三个数为三角形的三边长，构成直角三角形的有　　(　　)

A. ②　　B. ①②　　C. ①③　　D. ②③

二、知识要点

1. 定义：____________________叫直角三角形，其中____________________叫直角边，____________________叫斜边.

2. 性质：

(1) 直角三角形的两锐角________.

(2) 勾股定理：如果直角三角形的两直角边长分别为 a，b，斜边长为 c，那么________.

(3) 在直角三角形中，30° 角所对的________等于斜边的________.

(4) 在直角三角形中，________上的中线等于斜边的一半.

3. 判定：

(1) 有一个角是________的三角形是直角三角形.

(2) 有两个角________的三角形是直角三角形.

(3) 勾股定理的逆定理：如果三角形的三边长 a，b，c 满足 $a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形是________三角形.

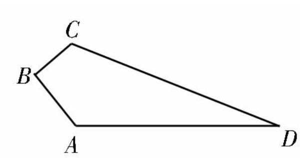
(4) 如果一个三角形一边上的________等于这边的一半，那么这个三角形是直角三角形.

4. 直角三角形的面积公式：$S=$ ________ $=$ ________.

三、典例精析

【例 1】 直角三角形两边长为 3 和 5，求第三边的长.

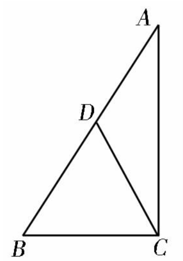
【例 2】 如图，已知 $AB=4$，$BC=3$，$AD=12$，$DC=13$，$\angle B=90^\circ$，则四边形 $ABCD$ 的面积为________.

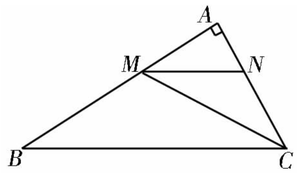


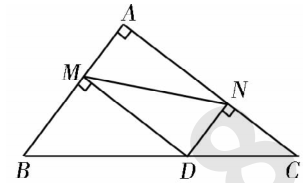
【例 3】 等腰三角形一腰长为 5，一边上的高为 4，则底边长为____________.

四、中考链接

1.(2018·福建)如图,Rt△ABC 中,$\angle ACB=90°$,$AB=6$,D 是 AB 的中点,则 $CD=$__________.


(第 1 题图)


(第 2 题图)


(第 3 题图)

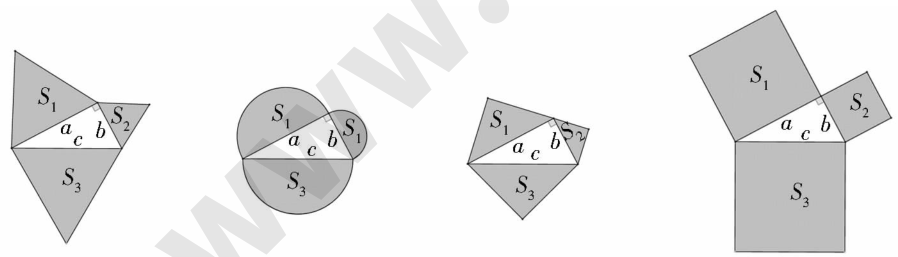
2.(2018·淄博)如图,在 Rt△ABC 中,CM 平分 $\angle ACB$ 交 AB 于点 M,过点 M 作 $MN \parallel BC$ 交 AC 于点 N,且 MN 平分 $\angle AMC$,若 $AN=1$,则 BC 的长为 ( )

A. 4　　B. 6　　C. $4\sqrt{3}$　　D. 8

3.(2019·安顺市)如图,在 Rt△ABC 中,$\angle BAC=90°$,且 $BA=3$,$AC=4$,点 D 是斜边 BC 上的一个动点,过点 D 分别作 $DM\perp AB$ 于点 M,$DN\perp AC$ 于点 N,连接 MN,则线段 MN 的最小值为________.

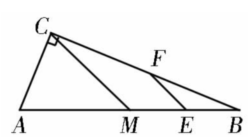
4.(1)(2016·株洲)如图,以直角三角形 a、b、c 为边,向外分别作等边三角形、半圆、等腰直角三角形和正方形,上述四种情况的面积关系满足 $S_1+S_2=S_3$ 的图形个数有 ( )

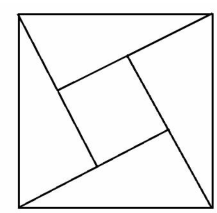
A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个



A　　B　　C　　D

(2)(2019·株洲)如图所示,在 Rt△ABC 中,$\angle ACB=90°$,CM 是斜边 AB 上的中线,E、F 分别为 MB、BC 的中点,若 $EF=1$,则 $AB=$________.


(第 4 题(2)图)


(第 5 题图)

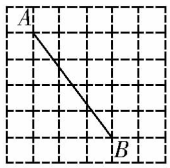
5.(2017·襄阳)"赵爽弦图"巧妙地利用面积关系证明了勾股定理,是我国古代数学的骄傲,如图所示的"赵爽弦图"是由四个全等的直角三角形和一个小正方形拼成的一个大正方形,设直角三角形较长直角边长为 a,较短直角边长为 b,若 $(a+b)^2=21$,大正方形的面积为 13,则小正方形的面积为 ( )

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

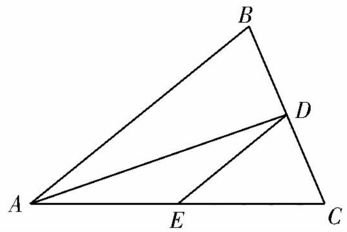
五、拓展训练

1. 如图，在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，点 A，B 都是格点，则线段 AB 的长度为　　(　　)

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 25



（第 1 题图）



（第 2 题图）

2. 如图，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC=10$，$BC=8$，AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D，点 E 为 AC 的中点，连接 DE，则 $\triangle CDE$ 的周长为　　(　　)

A. 20　　B. 12　　C. 14　　D. 13

3. 我国三国时期数学家赵爽为了证明勾股定理，创造了一幅“弦图”，后人称其为“赵爽弦图”，如图 1 所示. 在图 2 中，若正方形 $ABCD$ 的边长为 14，正方形 $IJKL$ 的边长为 2，且 $IJ \parallel AB$，则正方形 $EFGH$ 的边长为________.

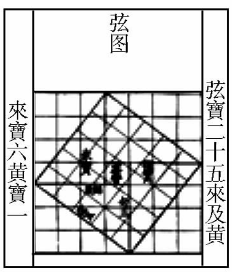


图1

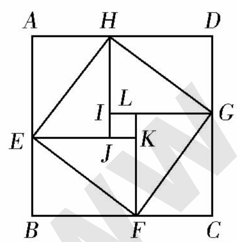
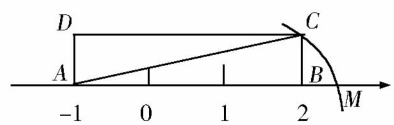


图2

（第 3 题图）



（第 4 题图）

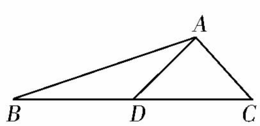
4. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=3$，$AD=1$，AB 在数轴上，若以点 A 为圆心，对角线 AC 的长为半径作弧交数轴的正半轴于点 M，则点 M 的坐标为　　(　　)

A. $(2,0)$　　B. $(\sqrt{5}-1,0)$　　C. $(\sqrt{10}-1,0)$　　D. $(\sqrt{5},0)$

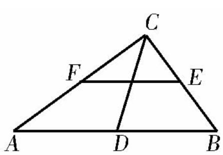
第 29 课时　特殊三角形的综合练习

一、课前热身

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AC=AD=BD$，$\angle DAC=80^\circ$，则 $\angle B$ 的度数是________.



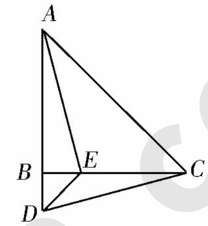
（第 1 题图）



（第 3 题图）

2. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^{\circ}$，点 D 是 BC 边上的点，$AD=2CD$，则 $\angle ADB$ 的度数是________.

3. 如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^{\circ}$，D,E,F 分别是 AB,BC,CA 的中点，若 $CD=5\ \mathrm{cm}$，则 $EF=$ ________ cm.

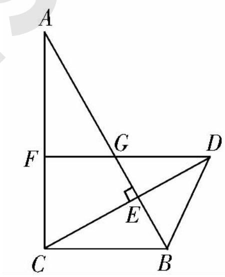


二、典例精析

【例 1】 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=CB$，$\angle ABC=90^{\circ}$，D 为 AB 延长线上一点，点 E 在 BC 边上，且 $BE=BD$，连接 AE,DE,DC.

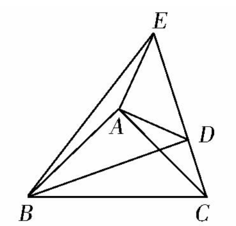
(1) 求证：$\triangle ABE\cong\triangle CBD$；

(2) 若 $\angle CAE=30^{\circ}$，求 $\angle BDC$ 的度数.



【例 2】 如图，已知在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^{\circ}$，$\angle A=30^{\circ}$，$CD\perp AB$ 交 AB 于点 E，且 $CD=AC$，$DF\parallel BC$ 分别与 AB,AC 交于点 G,F.

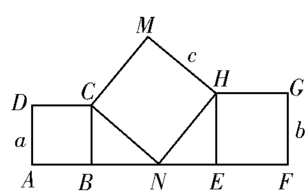
(1) 求证：$GE=GF$；(2) 若 $BD=1$，求 DF 的长.



【例 3】 如图，已知在 $\triangle ABC$，$\triangle ADE$ 中，$\angle BAC=\angle DAE=90^{\circ}$，$AB=AC$，$AD=AE$，点 C,D,E 三点在同一条直线上，连接 BD,BE. 有以下四个结论：①$BD=CE$；②$BD\perp CE$；③$\angle ACE+\angle DBC=45^{\circ}$；④$BE^{2}=2(AD^{2}+AB^{2})$. 其中结论正确的个数是 ( )

A. 1　　B. 2

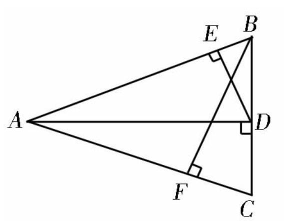
C. 3　　D. 4



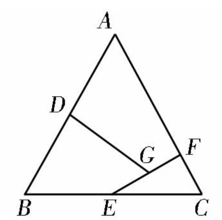
【例 4】 如图，四边形 $ABCD$，$EFGH$，$NHMC$ 都是正方形，边长分别为 a,b,c；A,B,N,E,F 五点在同一直线上，则 $c=$ ________(用含有 a,b 的代数式表示).

三、中考链接

1. (2018 · 娄底) 如图，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$AD\perp BC$ 于 D 点，$DE\perp AB$ 于点 E，$BF\perp AC$ 于点 F，$DE=3\ \mathrm{cm}$，则 $BF=$ ________ cm.



(第 1 题图)



(第 2 题图)

2.(2018·天津)如图,在边长为4的等边$\triangle ABC$中,D,E分别为AB,BC的中点,$EF\perp AC$于点F,G为EF的中点,连接DG,则DG的长为________.

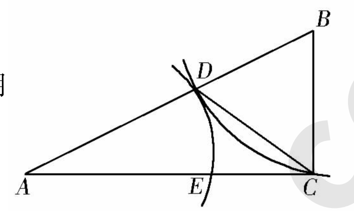
3.(2018·杭州)如图,在$\triangle ABC$中,$\angle ACB=90°$,以点B为圆心,BC长为半径画弧,交线段AB于点D;以点A为圆心,AD长为半径画弧,交线段AC于点E,连接CD.

(1) 若$\angle A=28°$,求$\angle ACD$的度数.

(2) 设$BC=a$,$AC=b$.

① 线段AD的长是方程$x^2+2ax-b^2=0$的一个根吗?说明理由.

② 若$AD=EC$,求$\frac{a}{b}$的值.



四、拓展训练

1.$\triangle ABC$的三条中位线围成的三角形的周长为15 cm,则$\triangle ABC$的周长为　(　　)

A. 50 cm　　B. 45 cm　　C. 30 cm　　D. $\frac{15}{2}$cm

2.已知Rt$\triangle ABC$的周长是$4+4\sqrt{3}$,斜边上的中线长是2,则$\triangle ABC$的面积是________.

3.已知关于x的一元二次方程$(a+c)x^2+2bx+(a-c)=0$,其中a、b、c分别为$\triangle ABC$三边的长.

(1) 如果$x=-1$是方程的根,试判断$\triangle ABC$的形状,并说明理由;

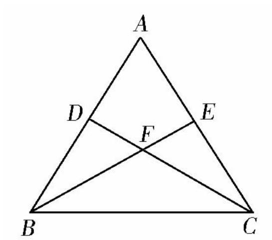
(2) 如果方程有两个相等的实数根,试判断$\triangle ABC$的形状,并说明理由;

(3) 如果$\triangle ABC$是等边三角形,试求这个一元二次方程的根.

4.如图,已知等腰三角形ABC中,$AB=AC$,点D、E分别在边AB.AC上,且$AD=AE$,连接BE、CD,交于点F.

(1) 判断$\angle ABE$与$\angle ACD$的数量关系,并说明理由;

(2) 求证:过点A、F的直线垂直平分线段BC.



专题测试(四)

(时量:90 分钟　　分值:100 分)

第Ⅰ卷(选择题　共 30 分)

一、选择题(每小题有且只有一个正确答案,本题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

1. 若 $\angle\alpha=32^\circ$,则 $\angle\alpha$ 的补角为　(　　)

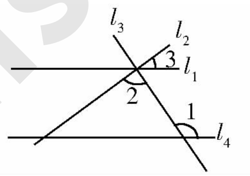
A. 58°　B. 68°　C. 148°　D. 168°

2. 已知 $\angle1=1^\circ30'$,$\angle2=1^\circ18'$,则 $\angle1$ 与 $\angle2$ 的数量关系为　(　　)

A. $\angle1=\angle2$　B. $\angle1-\angle2=12'$

C. $\angle1-\angle2=22'$　D. $\angle2-\angle1=12'$

3. 如图,直线 l_1,l_2,l_3 交于一点,直线 $l_4\ /\!/\ l_1$,若 $\angle1=124^\circ$,$\angle2=88^\circ$,则 $\angle3$ 的度数为　(　　)



A. 26°　B. 36°

C. 46°　D. 56°

4. 现有 3 cm,4 cm,7 cm,9 cm 长的四根木棒,任取其中三根组成一个三角形,那么可以组成的三角形的个数有　(　　)

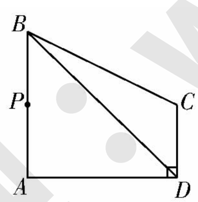
A. 1 个　B. 2 个　C. 3 个　D. 4 个

5. 等腰三角形的底边长为 6,底边上的中线长为 4,它的腰长为　(　　)

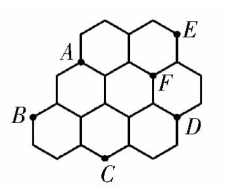
A. 5　B. 6　C. 7　D. 8

6. 如图,在四边形 $ABCD$ 中,$\angle BAD=\angle ADC=90^\circ$,$AB=AD=2\sqrt{2}$,$CD=\sqrt{2}$,点 P 在四边形 $ABCD$ 的边上. 若点 P 到 BD 的距离为 $\frac{3}{2}$,则点 P 的个数为　(　　)

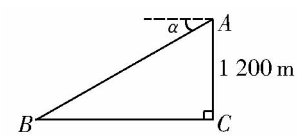
A. 2　B. 3　C. 4　D. 5



(第 6 题图)



(第 7 题图)



(第 8 题图)

7. 如图为八个全等的正六边形紧密排列在同一平面上的情形. 根据图中标示的各点位置,判断 $\triangle ACD$ 与下列哪一个三角形全等　(　　)

A. $\triangle ACF$　B. $\triangle AED$　C. $\triangle ABC$　D. $\triangle BCF$

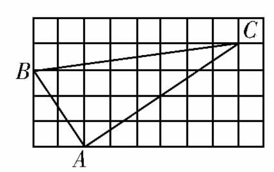
8. 如图,某飞机在空中 A 处探测到它的正下方地平面上目标 C,此时飞行高度 $AC=1\ 200$ m,从飞机上看地平面指挥台 B 的仰角 $\alpha=30^\circ$,则飞机 A 与指挥台 B 的距离为　(　　)

A. 1 200 m　B. $1\ 200\sqrt{3}$ m　C. $2\ 400\sqrt{3}$ m　D. 2 400 m

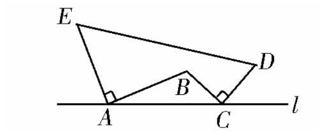
9. 如图,若正方形网格中每个小方格的边长为 1,则 $\triangle ABC$ 是　(　　)

A. 直角三角形　B. 锐角三角形

C. 钝角三角形　D. 等腰三角形



（第 9 题图）



（第 10 题图）

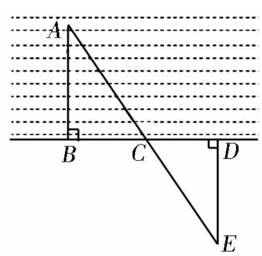
10. 如图，点 A，C 都在直线 l 上，$AE \perp AB$ 且 $AE = AB$，$BC \perp CD$ 且 $BC = CD$，三点 E，B，D 到直线 l 的距离分别是 6，3，4，计算图中由线段 AB，BC，CD，DE，EA 所围成的图形的面积是（　　）

A. 50　　B. 62　　C. 65　　D. 68

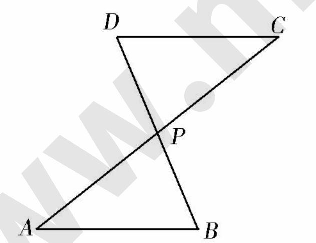
第 Ⅱ 卷（非选择题　共 70 分）

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

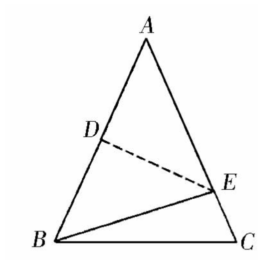
11. 泰勒斯是古希腊哲学家，相传他利用三角形全等的方法求出岸上一点到海中一艘船的距离. 如图所示，B 是观察点，船 A 在 B 的正前方，过 B 作 AB 的垂线，在垂线上截取任意长 BD，C 是 BD 的中点，观察者从点 D 沿垂直于 BD 的 DE 方向走，直到点 E，船 A 和点 C 在一条直线上，那么 $\triangle ABC \cong \triangle EDC$，从而量出 DE 的距离即为船离岸的距离 AB，这里判定 $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ 的方法是________.



（第 11 题图）



（第 12 题图）

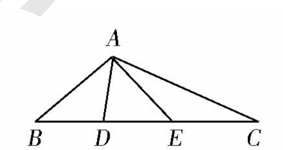


（第 13 题图）

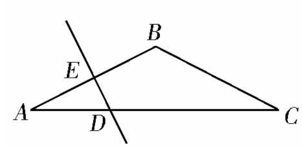
12. 如图，AC 与 BD 交于点 P，$AP = CP$，从以下四个论断：①$AB = CD$，②$BP = DP$，③$\angle B = \angle D$，④$\angle A = \angle C$ 中选择一个论断作为条件，则不一定能使 $\triangle APB \cong \triangle CPD$ 的论断是________.

13. 如图，在等腰三角形纸片 ABC 中，$AB = AC$，$\angle A = 50°$，折叠该纸片，使点 A 落在点 B 处，折痕为 DE，则 $\angle CBE =$ ________.

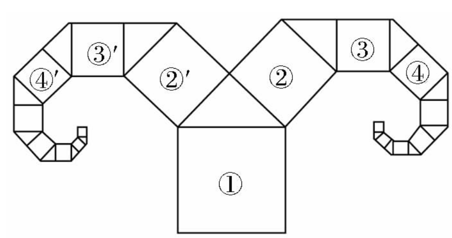
14. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中，D，E 是 BC 上的两点，且 $AD = BD$，$AE = CE$，$\angle ADE = 82°$，$\angle AED = 48°$，则 $\angle BAC =$ ________.



（第 14 题图）



（第 15 题图）



（第 16 题图）

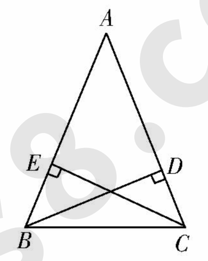
15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB = BC$，$\angle B = 120°$，AB 的垂直平分线交 AC 于点 D. 若 $AC = 6$ cm，

则 $AD=$ ________ cm.

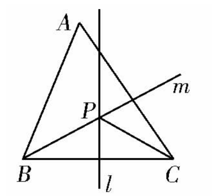
16. 如图是一种“羊头”形图案，其作法是：从正方形①开始，以它的一边为斜边，向外作等腰直角三角形，然后再以其直角边为边，分别向外作正方形②和②′，……，然后依此类推，若正方形①的边长为64cm，则第4个正方形的边长为________cm.

三、解答题（本大题共7小题，共52分）

17.（本题满分6分）在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$BD\perp AC$，$CE\perp AB$. 求证：$BD=CE$.



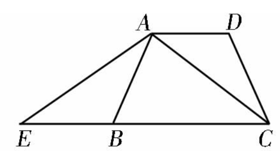
18.（本题满分6分）如图，锐角三角形ABC中，直线l为BC的中垂线，m为$\angle ABC$的角平分线，l与m相交于P点. 若$\angle BAC=60^\circ$，$\angle ACP=24^\circ$，求$\angle ABP$的度数.



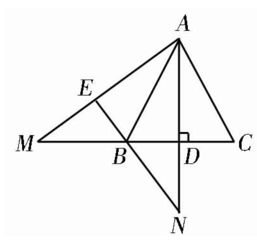
19.（本题满分6分）如图，在梯形$ABCD$中，已知$AD\parallel BC$，$AB=CD$，延长线段CB到E，使$BE=AD$，连接AE，AC.

(1) 求证：$\triangle ABE\cong\triangle CDA$；

(2) 若$\angle DAC=40^\circ$，求$\angle EAC$的度数.

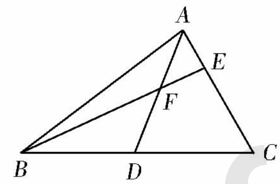


20.（本题满分8分）如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$AD\perp BC$于点D，将$\triangle ADC$绕点A顺时针旋转，使AC与AB重合，点D落在点E处，AE的延长线交CB的延长线于点M，EB的延长线交AD的延长线于点N. 求证：$AM=AN$.



21.（本题满分 8 分）如图所示，AD 为三角形 ABC 的中线，E 为 AC 上一点，连接 BE 交 AD 于 F，且 $AE = FE$.

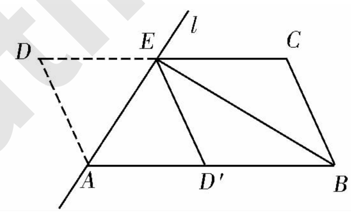
求证：$BF = AC$.



22.（本题满分 8 分）如图，将 $\square ABCD$ 沿过点 A 的直线 l 折叠，使点 D 落到 AB 边上的 D' 点处，折痕 l 交 CD 边于点 E，连接 BE.

（1）求证：四边形 $BCED'$ 是平行四边形；

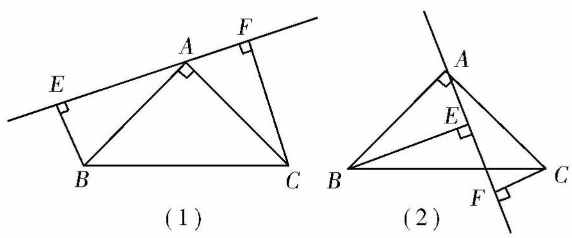
（2）若 BE 平分 $\angle ABC$，求证：$AB^2 = AE^2 + BE^2$.



23.（本题满分 10 分）如图，已知在 $\triangle ABC$ 中，$AB = AC$，$\angle BAC = 90°$，分别过 B，C 向过 A 的直线作垂线，垂足分别为 E，F.

（1）如图(1)，过 A 的直线与斜边 BC 不相交时，求证：$EF = BE + CF$；

（2）如图(2)，过 A 的直线与斜边 BC 相交时，其他条件不变，若 $BE = 10$，$CF = 3$，求 EF 的长.



(1)　　(2)

第五章 四边形

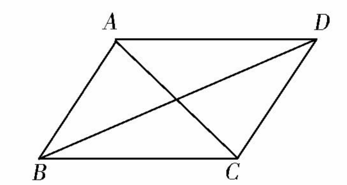
第30课时 多边形与平行四边形

一、课前热身

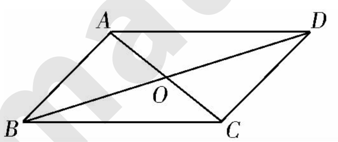
1. 七边形外角和为__________.
2. 一个多边形的内角和是 $900°$，这个多边形的边数是__________.
3. 如图，▱$ABCD$ 中，下列说法一定正确的是 （　　）

A. $AC=BD$　　B. $AC\perp BD$

C. $AB=CD$　　D. $AB=BC$



（第 3 题图）



（第 4 题图）

4. 四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，下列条件不能判定这个四边形是平行四边形的是 （　　）

A. $AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$　　B. $AB=DC$，$AD=BC$

C. $AO=CO$，$BO=DO$　　D. $AB\parallel DC$，$AD=BC$

二、知识要点

1. 四边形的内、外角和，多边形的内、外角和：

(1) 四边形的内角和为________；外角和为________；

(2) 任意 n 边形($n\geqslant 3$)内角和等于________，外角和等于________.

2. 平行四边形的性质和判定：

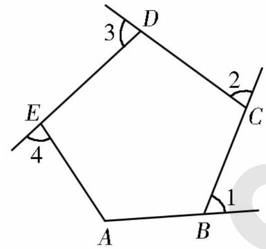
(1) 定义：两组对边________的四边形是平行四边形.

(2) 性质：平行四边形的对边________，对角________，对角线________，平行四边形是________对称图形.

(3) 判定：两组对边分别________的四边形是平行四边形；两组对角分别________的四边形是平行四边形；一组对边________________的四边形是平行四边形；对角线________的四边形是平行四边形.

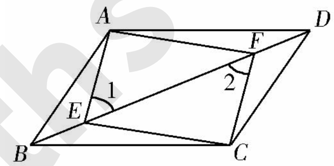
三、典例精析

【例 1】 如图，$\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$、$\angle 4$ 是五边形 $ABCDE$ 的 4 个外角．若 $\angle A = 120^\circ$，则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 =$ ________．



【例 2】 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，E、F 是对角线 BD 上的点，$\angle 1 = \angle 2$．

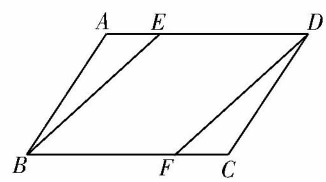
（1）求证：$BE = DF$；（2）求证：$AF \parallel CE$．



【例 3】 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，E、F 分别在 AD、BC 边上，且 $AE = CF$．

求证：（1）$\triangle ABE \cong \triangle CDF$；

（2）四边形 $BFDE$ 是平行四边形．



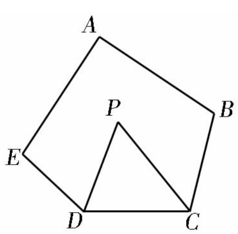
四、中考链接

1.（2018·铜仁）如果一个多边形的内角和是外角和的 3 倍，则这个多边形的边数是（　　）

A. 8　　B. 9　　C. 10　　D. 11

2.（2018·济宁）如图，在五边形 $ABCDE$ 中，$\angle A + \angle B + \angle E = 300^\circ$，$DP$、$CP$ 分别平分 $\angle EDC$、$\angle BCD$，则 $\angle P =$（　　）

A. 50°　　B. 55°　　C. 60°　　D. 65°



（第 2 题图）

图1

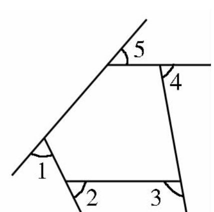


图2

（第 3 题图）

3.(2018·山西)图1是我国古代建筑中的一种窗格,其中冰裂纹图案象征着坚冰出现裂纹并开始消融,形状无一定规则,代表一种自然和谐美.图2是从图1冰裂纹窗格图案中提取的由五条线段组成的图形,则 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5=$ ________度.

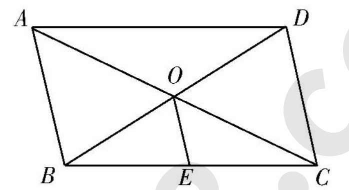
4.(1)(2016·株洲)已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形,对角线 AC、BD 交于点 O,E 是 BC 的中点,以下说法错误的是 ( )

A. $OE=\frac{1}{2}DC$

B. $OA=OC$

C. $\angle BOE=\angle OBA$

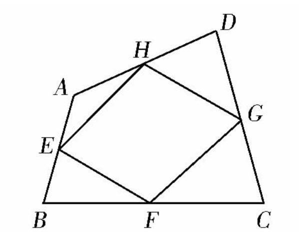
D. $\angle OBE=\angle OCE$



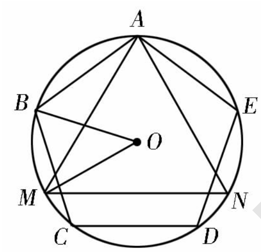
(2)(2017·株洲)如图,点 E、F、G、H 分别为四边形 $ABCD$ 的四边 AB、BC、CD、DA 的中点,则关于四边形 $EFGH$,下列说法正确的为 ( )

A. 一定不是平行四边形　　B. 一定不是中心对称图形

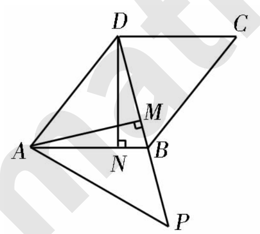
C. 可能是轴对称图形　　D. 当 $AC=BD$ 时它是矩形



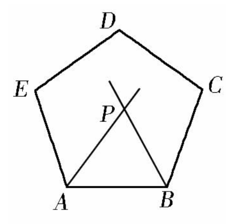
(第4题(2)图)



(第4题(3)图)



(第4题(4)图)



(第4题(5)图)

(3)(2018·株洲)如图,正五边形 $ABCDE$ 和正三角形 AMN 都是 $\odot O$ 的内接多边形,则 $\angle BOM=$ ________.

(4)(2018·株洲)如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,连接 BD,且 $BD=CD$,过点 A 作 $AM\perp BD$ 于点 M,过点 D 作 $DN\perp AB$ 于点 N,且 $DN=3\sqrt{2}$,在 DB 的延长线上取一点 P,满足 $\angle ABD=\angle MAP+\angle PAB$,则 $AP=$ ________.

(5)(2019·株洲)如图所示,过正五边形 $ABCDE$ 的顶点 B 作一条射线与其内角 $\angle EAB$ 的角平分线相交于点 P,且 $\angle ABP=60°$,则 $\angle APB=$ ________.

五、拓展训练

1.一个正多边形的一个外角为 $30°$,则它的内角和为________.

2.在平行四边形 $ABCD$ 中,AE 平分 $\angle BAD$ 交边 BC 于 E,DF 平分 $\angle ADC$ 交边 BC 于 F.若 $AD=11$,$EF=5$,则 $AB=$ ________.

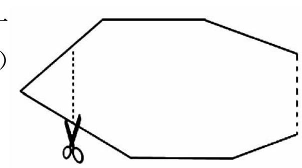
3.如图,一个多边形纸片按图示的剪法剪去一个内角后,得到一个内角和为 $2\,340°$ 的新多边形,则原多边形的边数为 ( )

A. 13

B. 14

C. 15

D. 16

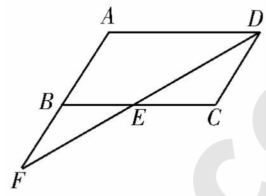


4.已知:如图,在 $\square ABCD$ 中,点 F 在 AB 的延长线上,且 $BF=AB$,连接 FD,交 BC 于

点 E.

(1) 说明 $\triangle DCE \cong \triangle FBE$ 的理由；

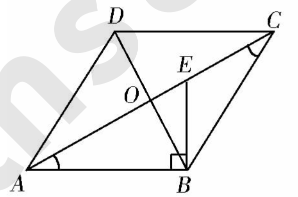
(2) 若 $EC=3$，求 AD 的长.



5. 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，$\angle CAB=\angle ACB$，过点 B 作 $BE\perp AB$ 交 AC 于点 E.

(1) 求证：$AC\perp BD$；

(2) 若 $AB=14$，$\cos\angle CAB=\dfrac{7}{8}$，求线段 OE 的长.



第 31 课时　矩形、菱形和正方形(一)

一、课前热身

1. 菱形的两条对角线长分别是 6 和 8，则此菱形的边长是　　(　　)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

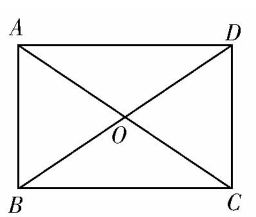
2. 矩形具有而菱形不具有的性质是　　(　　)

A. 两组对边分别平行　　B. 对角线相等

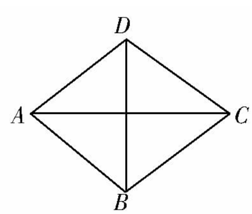
C. 对角线互相平分　　D. 两组对角分别相等

3. 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 $AC=8$ cm，$\angle AOD=120^\circ$，则 AB 的长为　　(　　)

A. 3 cm　　B. 2 cm　　C. $2\sqrt{3}$ cm　　D. 4 cm



(第 3 题图)



(第 4 题图)

4. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AC=8$，$BD=6$，则菱形的周长是　　(　　)

A. 20　　B. 24　　C. 30　　D. 40

二、知识要点

1. 矩形、菱形和正方形的性质

名称	边	角	对角线
矩形	对边平行且相等		
菱形		对角相等	
正方形			

2. 矩形、菱形和正方形的判定

矩形：(1) 有一个角是__________ 的平行四边形；(2) 有三个角是__________ 的四边形；(3) 对角线 __________ 且互相平分的四边形.

菱形：(1) 有一组邻边__________ 的平行四边形；(2) 四条边都__________ 的四边形；(3) 对角线互相__________ 平分的四边形.

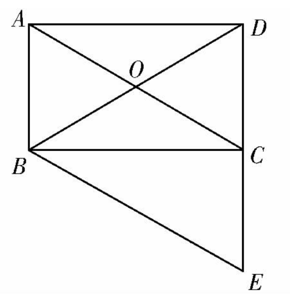
正方形：(1) 有一组邻边__________ 的矩形；(2) 有一角是__________ 的菱形；(3) 对角线__________ 且__________ 的四边形.

三、典例精析

【例 1】 如图，四边形 $ABCD$ 是矩形，对角线 AC、BD 相交于点 O，$BE \parallel AC$ 交 DC 的延长线于点 E.

(1) 求证：$BD = BE$；

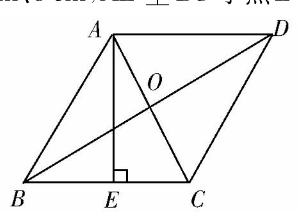
(2) 若 $\angle DBC = 30°$，$BO = 4$，求四边形 $ABED$ 的面积.



【例 2】 如图，已知菱形 $ABCD$ 的对角线 AC、BD 的长分别为 6 cm、8 cm，$AE \perp BC$ 于点 E，则 AE 的长是 (　　)

A. $5\sqrt{3}$ cm　　B. $2\sqrt{5}$ cm

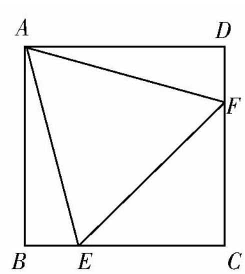
C. $\frac{48}{5}$ cm　　D. $\frac{24}{5}$ cm



【例 3】 如图，在正方形 $ABCD$ 中，等边三角形 AEF 的顶点 E、F 分别在 BC 和 CD 上.

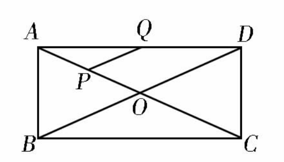
(1) 求证：$CE = CF$；

(2) 若等边三角形 AEF 的边长为 2，求正方形 $ABCD$ 的周长.

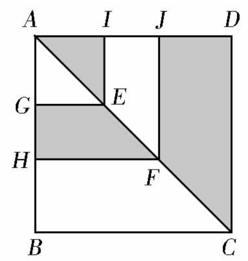


四、中考链接

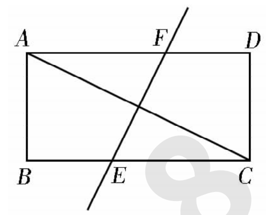
1.(1)(2018・株洲)如图,矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O,$AC=10$,P、Q 分别为 AO、AD 的中点,则 PQ 的长度为________.



(第 1 题(1)图)



(第 2 题图)



(第 3 题图)

(2)(2019・株洲)对于任意的矩形,下列说法一定正确的是　(　　)

A. 对角线垂直且相等　　B. 四边都互相垂直

C. 四个角都相等　　D. 是轴对称图形,但不是中心对称图形

2.(2018・宜昌)如图,正方形 $ABCD$ 的边长为 1,点 E,F 分别是对角线 AC 上的两点,$EG\perp AB$,$EI\perp AD$,$FH\perp AB$,$FJ\perp AD$,垂足分别为 G,I,H,J.则图中阴影部分的面积等于　(　　)

A. 1　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{4}$

3.(2019・广州)如图,矩形 $ABCD$ 中,对角线 AC 的垂直平分线 EF 分别交 BC,AD 于点 E,F,若 $BE=3$,$AF=5$,则 AC 的长为　(　　)

A. $4\sqrt{5}$　　B. $4\sqrt{3}$　　C. 10　　D. 8

五、拓展训练

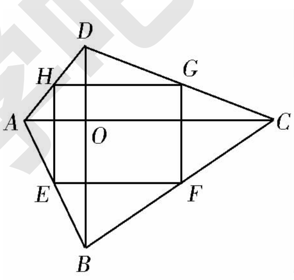
1. 若顺次连接四边形 $ABCD$ 各边的中点所得四边形是矩形,则四边形 $ABCD$ 一定是　(　　)

A. 矩形　　B. 菱形

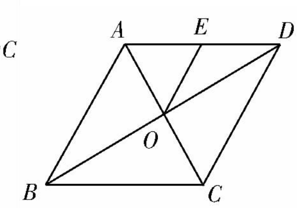
C. 对角线互相垂直的四边形　　D. 对角线相等的四边形

2. 如图,菱形 $ABCD$ 的周长为 24 cm,对角线 AC、BD 相交于 O 点,E 是 AD 的中点,连接 OE,则线段 OE 的长等于　(　　)

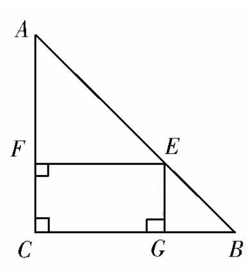
A. 3 cm　　B. 4 cm　　C. 2.5 cm　　D. 2 cm



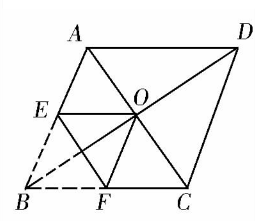
(第 1 题图)



(第 2 题图)



(第 3 题图)



(第 4 题图)

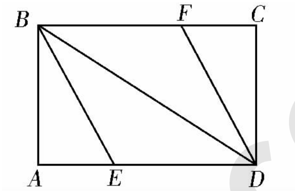
3. 如图,Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,$AC=BC=6$,E 是斜边 AB 上任意一点,作 $EF\perp AC$ 于 F,$EG\perp BC$ 于 G,则矩形 $CFEG$ 的周长是____________.

4. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O，$AC=2$，$BD=2\sqrt{3}$，将菱形按如图方式折叠，使点 B 与点 O 重合，折痕为 EF，则五边形 $AEFCD$ 的周长为________.

5. 如图，矩形 $ABCD$ 中，$\angle ABD$、$\angle CDB$ 的平分线 BE、DF 分别交边 AD、BC 于点 E、F.

(1) 求证：四边形 $BEDF$ 是平行四边形；

(2) 当 $\angle ABE$ 为多少度时，四边形 $BEDF$ 是菱形？请说明理由.

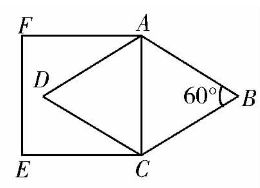


第 32 课时　矩形、菱形和正方形(二)

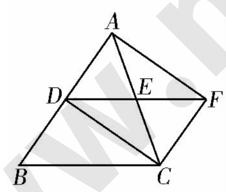
一、课前热身

1. 如图，菱形 $ABCD$ 中，$\angle B=60^\circ$，$AB=4$，则以 AC 为边长的正方形 $ACEF$ 的周长为 (　　)

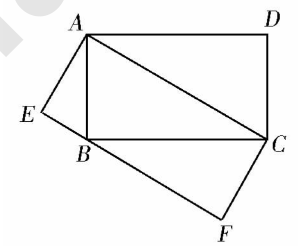
A. 14　　B. 15　　C. 16　　D. 17



(第 1 题图)



(第 2 题图)



(第 3 题图)

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AC=BC$，点 D，E 分别是边 AB，AC 的中点，将 $\triangle ADE$ 绕点 E 旋转 180° 得 $\triangle CFE$，则四边形 $ADCF$ 一定是 (　　)

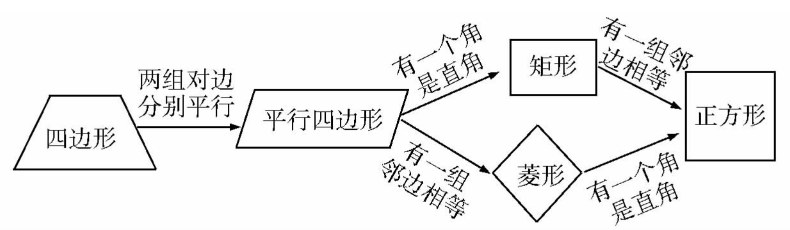
A. 矩形　　B. 菱形　　C. 正方形　　D. 梯形

3. 如图，四边形 $ABCD$ 和四边形 $AEFC$ 是两个矩形，点 B 在 EF 边上，若矩形 $ABCD$ 和矩形 $AEFC$ 的面积分别是 S_1、S_2，则 S_1 与 S_2 的大小关系是 (　　)

A. $S_1>S_2$　　B. $S_1=S_2$　　C. $S_1<S_2$　　D. $3S_1=2S_2$

二、知识要点

平行四边形、矩形、菱形、正方形的关系

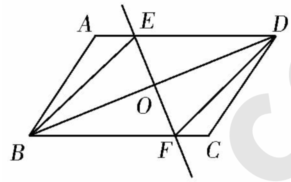


三、典例精析

【例 1】 如图，已知在▱$ABCD$ 中，O 为对角线 BD 的中点，过点 O 的直线 EF 分别交 AD，BC 于 E，F 两点，连接 BE，DF.

(1) 求证：$\triangle DOE \cong \triangle BOF$.

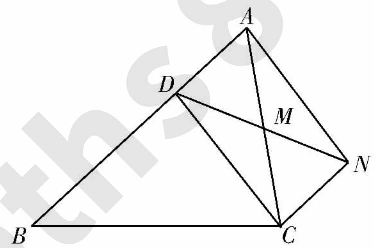
(2) 当 $\angle DOE$ 等于多少度时，四边形 $BFDE$ 为菱形？请说明理由.



【例 2】 已知：如图，D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点，$CN \parallel AB$，DN 交 AC 于点 M，$MA = MC$.

(1) 求证：$CD = AN$；

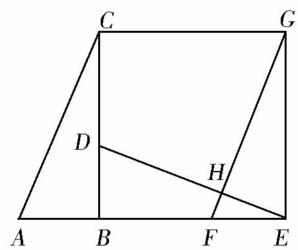
(2) 若 $\angle AMD = 2\angle MCD$，求证：四边形 $ADCN$ 是矩形.



【例 3】 如图，已知 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC = 90°$，先把 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 $90°$ 至 $\triangle DBE$ 后，再把 $\triangle ABC$ 平移至 $\triangle FEG$，DE、FG 相交于点 H.

(1) 判断线段 DE、FG 的位置关系，并说明理由；

(2) 连接 CG，求证：四边形 $CBEG$ 是正方形.

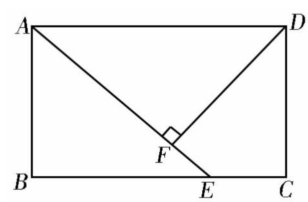


四、中考链接

1.（2018·张家界）在矩形 $ABCD$ 中，点 E 在 BC 上，$AE = AD$，$DF \perp AE$，垂足为 F.

(1) 求证：$DF = AB$；

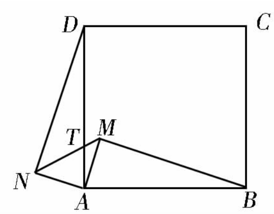
(2) 若 $\angle FDC = 30°$，且 $AB = 4$，求 AD.



2.（2018·株洲）如图，Rt$\triangle ABM$ 和 Rt$\triangle ADN$ 的斜边分别为正方形 $ABCD$ 的边 AB 和 AD，其中 $AM = AN$.

(1) 求证：Rt$\triangle ABM \cong$ Rt$\triangle ADN$；

(2) 线段 MN 与线段 AD 相交于点 T，若 $AT = \frac{1}{4}AD$，求 $\tan\angle ABM$ 的值.



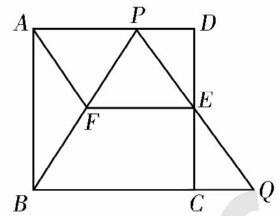
3.(2019·海南)如图，在边长为 l 的正方形 $ABCD$ 中，E 是边 CD 的中点，点 P 是边 AD 上一点(与点 A、D 不重合)，射线 PE 与 BC 的延长线交于点 Q.

(1) 求证：$\triangle PDE \cong \triangle QCE$；

(2) 过点 E 作 $EF \parallel BC$ 交 PB 于点 F，连结 AF，当 $PB = PQ$ 时，

① 求证：四边形 $AFEP$ 是平行四边形；

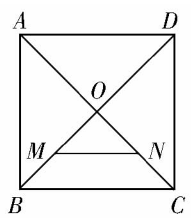
② 请判断四边形 $AFEP$ 是否为菱形，并说明理由.



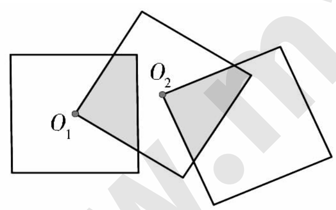
五、拓展训练

1. 如图所示，正方形 $ABCD$ 中，对角线 AC、BD 交于点 O，点 M、N 分别为 OB、OC 的中点，则 $\cos\angle OMN$ 的值为 ( )

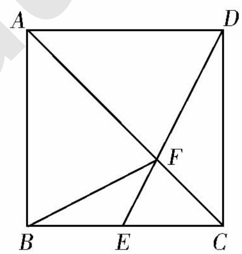
A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 1



(第 1 题图)



(第 2 题图)



(第 3 题图)

2. 如图，三个边长均为 2 的正方形重叠在一起，O_1、O_2 是其中两个正方形的中心，则阴影部分的面积是______.

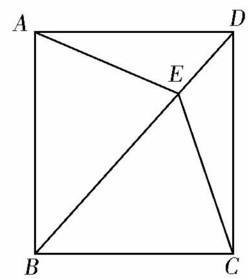
3. 如图，已知正方形 $ABCD$，点 E 是 BC 边的中点，DE 与 AC 相交于点 F，连接 BF，下列结论：①$S_{\triangle ABF} = S_{\triangle ADF}$；②$S_{\triangle CDF} = 4S_{\triangle CEF}$；③$S_{\triangle ADF} = 2S_{\triangle CEF}$；④$S_{\triangle ADF} = 2S_{\triangle CDF}$，其中正确的是 ( )

A. ①③　　B. ②③　　C. ①④　　D. ②④

4. 已知：如图，四边形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，$AD = CD$，E 是对角线 BD 上一点，且 $EA = EC$.

(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

(2) 如果 $BE = BC$，且 $\angle CBE : \angle BCE = 2 : 3$，求证：四边形 $ABCD$ 是正方形.



专题测试(五)

（时量：90 分钟　　分值：100 分）

第Ⅰ卷(选择题　共 30 分)

一、选择题(每小题有且只有一个正确答案，本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分)

1. 正八边形的每个内角为　（　　）

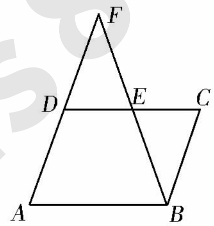
A. $135°$　　B. $120°$　　C. $140°$　　D. $144°$

2. 下列四边形中，对角线相等且互相垂直平分的是　（　　）

A. 平行四边形　　B. 等腰梯形

C. 正方形　　D. 矩形

3. 如图，点 E 是平行四边形 $ABCD$ 的边 CD 的中点，AD、BE 的延长线相交于点 F，$DF=3$，$DE=2$，则平行四边形 $ABCD$ 的周长为　（　　）



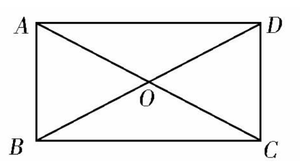
A. 5　　B. 7

C. 10　　D. 14

4. 四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC、BD 相交于点 O，给出下列四个条件：①$AD\parallel BC$；②$AD=BC$；③$OA=OC$；④$OB=OD$，从中任选两个条件，能使四边形 $ABCD$ 为平行四边形的选法有　（　　）

A. 3 种　　B. 4 种　　C. 5 种　　D. 6 种

5. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC、BD 交于点 O，已知 $\angle AOB=60°$，$AC=16$，则图中长度为 8 的线段有　（　　）



A. 2 条　　B. 4 条

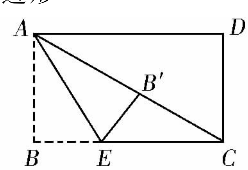
C. 5 条　　D. 6 条

6. 顺次连接四边形 $ABCD$ 各边的中点所得四边形是菱形，则四边形 $ABCD$ 一定是　（　　）

A. 菱形　　B. 对角线互相垂直的四边形

C. 矩形　　D. 对角线相等的四边形

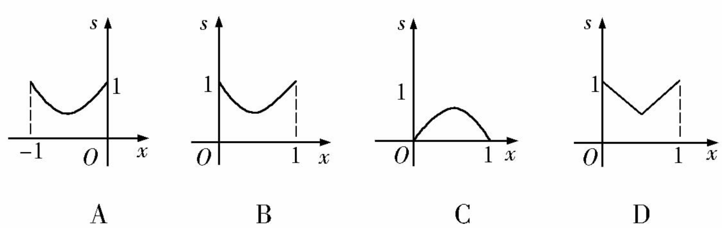
7. 如图，矩形纸片 $ABCD$ 中，$AB=2$ cm，点 E 在 BC 上，且 $AE=EC$。若将纸片沿 AE 折叠，点 B 恰好与 AC 上的点 B' 重合，则 AC 的长为　（　　）

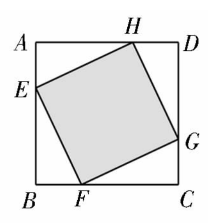


A. 4 cm　　B. 2 cm

C. $2\sqrt{3}$ cm　　D. $\sqrt{3}$ cm

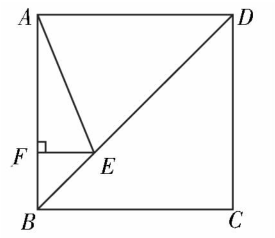
8. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 1，E、F、G、H 分别为各边上的点，且 $AE=BF=CG=DH$，设小正方形 $EFGH$ 的面积为 S，设 AE 为 x，则 S 关于 x 的函数图象大致是　（　　）



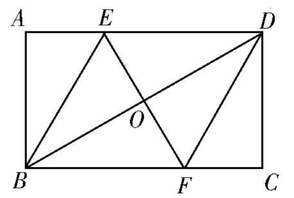


9. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 4，点 E 在对角线 BD 上，且 $\angle BAE = 22.5°$，$EF \perp AB$，垂足为 F，则 EF 的长为 （　　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $4-2\sqrt{2}$　　D. $3\sqrt{2}-4$



（第 9 题图）



（第 10 题图）

10. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，边 AB 的长为 3，点 E，F 分别在 AD，BC 上，连接 BE，DF，EF，BD，若四边形 $BEDF$ 是菱形，且 $EF = AE + FC$，则边 BC 的长为 （　　）

A. $2\sqrt{3}$　　B. $3\sqrt{3}$　　C. $6\sqrt{3}$　　D. $\frac{9}{2}\sqrt{3}$

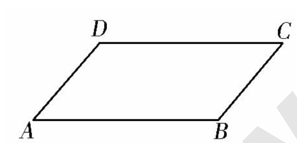
第 Ⅱ 卷（非选择题　共 70 分）

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

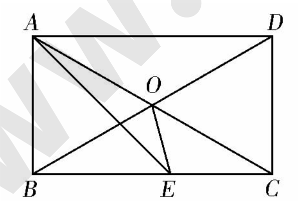
11. 一个多边形的内角和比四边形内角和的 3 倍多 180°，这个多边形的边数是________.

12. 在菱形 $ABCD$ 中，若对角线长 $AC = 8$ cm，$BD = 6$ cm，则边长 $AB =$ ________ cm.

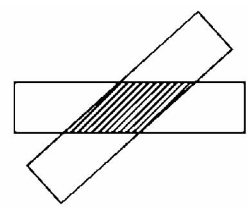
13. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，已知 $AB = CD$，再添加一个条件________（写出一个即可），使四边形 $ABCD$ 是平行四边形(图形中不再添加辅助线).



（第 13 题图）



（第 15 题图）



（第 16 题图）

14. 在四边形 $ABCD$ 中，$AB = DC$，$AD = BC$，请再添加一个条件，使四边形 $ABCD$ 是矩形. 你添加的条件是________（写出一种即可）.

15. 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于 O，AE 平分 $\angle BAD$ 交矩形一边于 E，若 $\angle CAE = 15°$，则 $\angle BOC =$ ________.

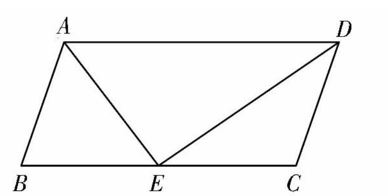
16. 如图，将两张长为 4，宽为 1 的矩形纸条交叉并旋转，使重叠部分成为一个菱形. 旋转过程中，当两张纸条垂直时，菱形周长的最小值是 4，那么菱形周长的最大值是________.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 52 分）

17.（本题满分 6 分）如图，已知平行四边形 $ABCD$，DE 是 $\angle ADC$ 的角平分线，交 BC 于点 E.

(1) 求证：$CD = CE$；

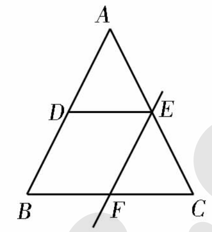
(2) 若 $BE = CE$，$\angle B = 80°$，求 $\angle DAE$ 的度数.



18.(本题满分 6 分)如图,在 $\triangle ABC$ 中,D、E 分别是 AB、AC 的中点,过点 E 作 $EF \parallel AB$,交 BC 于点 F.

(1)求证:四边形 $DBFE$ 是平行四边形;

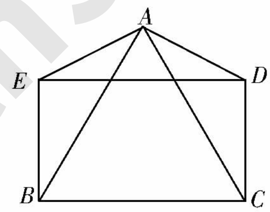
(2)当 $\triangle ABC$ 满足什么条件时,四边形 $BDEF$ 是菱形?为什么?



19.(本题满分 6 分)如图,$AB = AC$,$AD = AE$,$DE = BC$,且 $\angle BAD = \angle CAE$.

(1)求证:$\triangle ABE \cong \triangle ACD$;

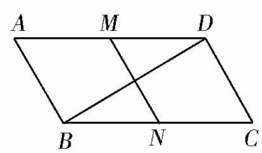
(2)求证:四边形 $BCDE$ 是矩形.



20.(本题满分 8 分)如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,$\angle C = 60°$,M,N 分别是 AD,BC 的中点,$BC = 2CD$.

(1)求证:四边形 $MNCD$ 是平行四边形;

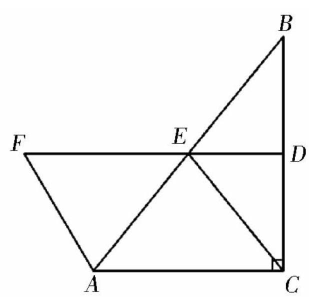
(2)求证:$BD = \sqrt{3}MN$.



21.(本题满分 8 分)如图,在 $\triangle ABC$ 中,$\angle ACB = 90°$,BC 的垂直平分线 DE 交 BC 于 D,交 AB 于 E,F 在 DE 上,并且 $AF = CE$.

(1)求证:四边形 $ACEF$ 是平行四边形;

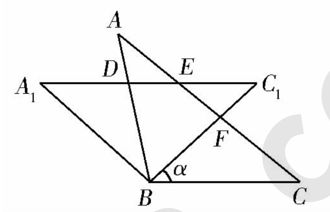
(2)当 $\angle B$ 满足什么条件时,四边形 $ACEF$ 是菱形?请回答并证明你的结论.



22.(本题满分8分)(2016·娄底)如图，将等腰$\triangle ABC$绕顶点B逆时针方向旋转α度到$\triangle A_1BC_1$的位置，AB与A_1C_1相交于点D，AC与A_1C_1、BC_1分别交于点E、F.

(1)求证：$\triangle BCF \cong \triangle BA_1D$；

(2)当$\angle C=\alpha$度时，判定四边形A_1BCE的形状并说明理由.

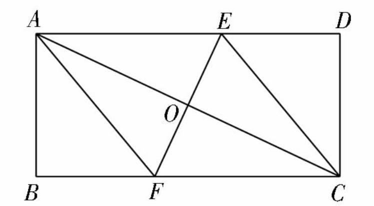


23.(本题满分10分)已知：如图所示的一张矩形纸片$ABCD(AD>AB)$，将纸片折叠一次，使点A与点C重合，再展开，折痕EF交AD边于点E，交BC边于点F，分别连接AF和CE.

(1)求证：四边形$AFCE$是菱形；

(2)若$AE=10$ cm，$\triangle ABF$的面积为24 cm^2，求$\triangle ABF$的周长；

(3)在线段AC上是否存在一点P，使得$2AE^2=AC\cdot AP$？若存在，请说明点P的位置，并予以证明；若不存在，请说明理由.



第六章　相似形

第 33 课时　关于比例的基本性质

一、课前热身

1. 在比例尺为 1∶26 000 000 的中国地图上，量得北京到上海的距离是 4 cm，则北京到上海的实际距离应该是________km.

2. 若 $ad=bc$（a，b，c，d 都不等于 0），则下列比例式中错误的是（　　）

A. $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$　　B. $\frac{c}{d}=\frac{a}{b}$　　C. $\frac{a}{c}=\frac{d}{b}$　　D. $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$

3. 如果 $2x-5y=0$，那么 $\frac{x}{y}=$________.

4. 已知线段 $AB=10$ cm，点 C 是线段 AB 的黄金分割点，则较短线段 $BC=$________cm.

5. 一个四边形的边长分别是 3，4，5，6，另一个与它相似的四边形最小边长为 6，则另一个四边形的周长是________.

二、知识要点

1. 比例线段及其性质

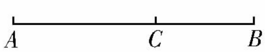
(1) 成比例线段：对于四条线段 a，b，c，d，若满足________，则称 a，b，c，d 为成比例线段.

(2) 比例的性质

基本性质：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow ad=bc$.

等比性质：若 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\cdots=\frac{m}{n}$，且 $b+d+\cdots+n\neq 0$，则 $\frac{a+c+\cdots+m}{b+d+\cdots+n}=\frac{a}{b}$.

(3) 黄金分割：如图，点 C 把线段 AB 分成两条线段 AC 和 BC（$AC>BC$），如果 $\frac{AC}{AB}=\frac{BC}{AC}$，则称线段 AB 被点 C 黄金分割，点 C 叫做 AB 的黄金分割点. AC 与 AB 的比叫做黄金比，$\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 0.618$.



2. 相似多边形

(1) 对应角________，对应边的比________的两个多边形叫做相似多边形.

(2) 性质：

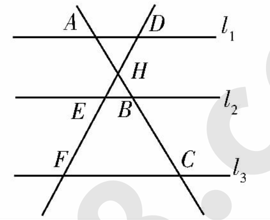
① 对应角相等，对应边成比例；

② 周长之比等于相似比，面积之比等于相似比的平方.

三、典例精析

【例 1】 已知$\frac{a-b}{b}=\frac{4}{7}$，那么$\frac{a}{b}=$________.

【例 2】 如图，直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$，直线 AC 分别交 l_1, l_2, l_3 于点 A，B，C；直线 DF 分别交 l_1, l_2, l_3 于点 D，E，F. AC 与 DF 相交于点 H，且 $AH=2$，$HB=1$，$BC=5$，则$\frac{DE}{EF}$的值为（　　）



A. $\frac{1}{2}$　　B. 2

C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{3}{5}$

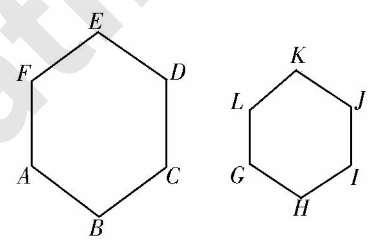
【例 3】 如图，六边形 $ABCDEF \backsim$ 六边形 $GHIJKL$，相似比为 2∶1，则下列结论正确的是（　　）

A. $\angle E=2\angle K$

B. $BC=2HI$

C. 六边形 $ABCDEF$ 的周长 = 六边形 $GHIJKL$ 的周长

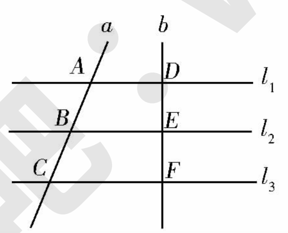
D. $S_{六边形ABCDEF}=2S_{六边形GHIJKL}$



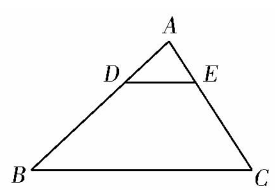
四、中考链接

1.（2015 · 淮安）如图，$l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$，直线 a，b 与 l_1, l_2, l_3 分别相交于点 A，B，C 和点 D，E，F. 若$\frac{AB}{BC}=\frac{2}{3}$，$DE=4$，则 EF 的长是（　　）

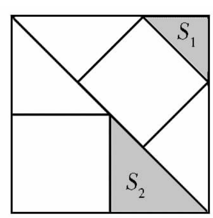
A. $\frac{8}{3}$　　B. $\frac{20}{3}$　　C. 6　　D. 10



（第 1 题图）



（第 3 题图）



（第 4 题图）

2.（2015 · 东莞）若两个相似三角形的周长比为 2∶3，则它们的面积比是________.

3.（2015 · 南京）如图，在 $\triangle ABC$ 中，$DE \parallel BC$，$\frac{AD}{DB}=\frac{1}{2}$，则下列结论中正确的是（　　）

A. $\frac{AE}{AC}=\frac{1}{2}$　　B. $\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$

C. $\frac{\triangle ADE\text{ 的周长}}{\triangle ABC\text{ 的周长}}=\frac{1}{3}$　　D. $\frac{\triangle ADE\text{ 的面积}}{\triangle ABC\text{ 的面积}}=\frac{1}{3}$

4.(2016·南宁)有 3 个正方形如图所示放置,阴影部分的面积依次记为 S_1,S_2,则 $S_1:S_2$ 等于　（　　）

A. $1:\sqrt{2}$　　B. $1:2$　　C. $2:3$　　D. $4:9$

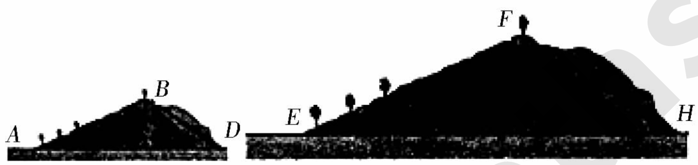
五、拓展训练

1. 下列图形一定相似的是　（　　）

A. 两个矩形　　B. 两个等腰梯形

C. 两个正方形　　D. 对应边成比例的两个四边形

2. 小张用手机拍摄得到甲图,经放大后得到乙图,甲图中的线段 AB 在乙图中的对应线段是　（　　）



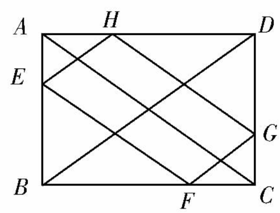
甲图　　乙图

A. FG　　B. FH　　C. EH　　D. EF

3. 若 $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}\neq 0$,则 $\frac{2x+3y}{z}=$ ________.

4. 已知 a,b,c 是 $\triangle ABC$ 的三边长,且满足 $\frac{a+4}{3}=\frac{b+3}{2}=\frac{c+8}{4}$,$a+b+c=12$,试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

5. 如图,在矩形 $ABCD$ 中,$AB=2$,$BC=3$,点 E、F、G、H 分别在矩形 $ABCD$ 的各边上,$EF\parallel AC\parallel HG$,$EH\parallel BD\parallel FG$,则四边形 $EFGH$ 的周长是　（　　）



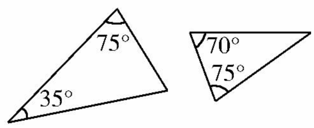
A. $\sqrt{10}$　　B. $\sqrt{13}$

C. $2\sqrt{10}$　　D. $2\sqrt{13}$

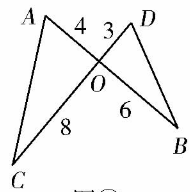
第 34 课时　相似三角形的性质与判定

一、课前热身

1. 已知图①，图②中各有两个三角形，其边长和角的度数已在图上标注，图②中 AB，CD 交于 O 点，对于各图中的两个三角形而言，下列说法正确的是（　　）



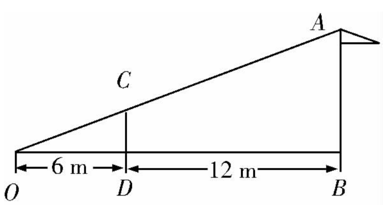
图①



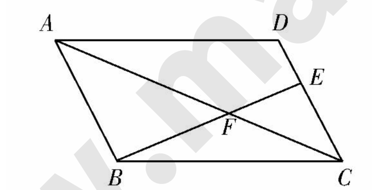
图②

A. 都相似　　B. 都不相似　　C. 只有①相似　　D. 只有②相似

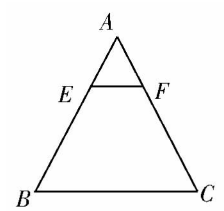
2. 如图，小明用长为 3 m 的竹竿 CD 作测量工具，测量学校旗杆 AB 的高度，移动竹竿，使竹竿与旗杆的距离 $DB = 12$ m，则旗杆 AB 的高为________m.



（第 2 题图）



（第 3 题图）



（第 4 题图）

3. 如图，在▱$ABCD$ 中，点 E 在 DC 上，若 $EC : AB = 2 : 3$，$EF = 4$，则 $BF =$________.

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$EF \parallel BC$，$\dfrac{AE}{EB} = \dfrac{1}{2}$，$S_{四边形BCFE} = 8$，则 $S_{\triangle ABC} =$（　　）

A. 9　　B. 10　　C. 12　　D. 13

二、知识要点

1. 相似三角形的定义：对应角________，对应边________的两个三角形叫做相似三角形，________的比叫做相似比.

2. 相似三角形的判定：

(1) 平行于三角形一边的直线和其他两边（或两边的延长线）相交，所构成的三角形与原三角形________；

(2) 两边对应________且夹角________的两个三角形相似；

(3) 两角对应相等的两个三角形相似；

(4) 三边对应成比例的两个三角形相似.

3. 相似三角形的性质：

(1) 对应角相等，对应边________；

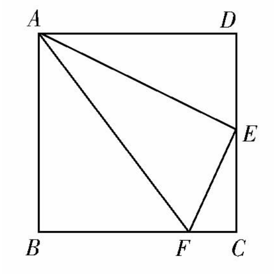
(2) 对应高的比、对应角平分线的比、对应中线的比都等于________；

(3) 周长之比等于________，面积之比等于________.

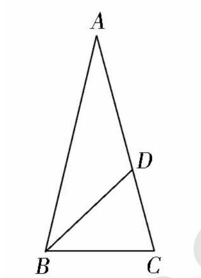
三、典例精析

【例 1】 如图，在正方形 $ABCD$ 中，E 是 CD 的中点，点 F 在 BC 上，且 $FC=\frac{1}{4}BC$. 图中相似三角形共有　　（　　）

A. 1 对　　B. 2 对　　C. 3 对　　D. 4 对



（例 1 题图）



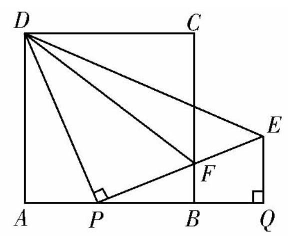
（例 2 题图）

【例 2】 如图，已知 $\triangle ABC$，$AB=AC=1$，$\angle A=36°$，$\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D，则 AD 的长是________，$\cos A$ 的值是________.（结果保留根号）

【例 3】 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 1，AB 边上有一动点 P，连接 PD，线段 PD 绕点 P 顺时针旋转 $90°$ 后，得到线段 PE，且 PE 交 BC 于 F，连接 DF，过点 E 作 $EQ\perp AB$ 的延长线于点 Q.

（1）求线段 PQ 的长；

（2）问点 P 在何处时，$\triangle PFD\backsim\triangle BFP$，并说明理由.

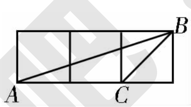


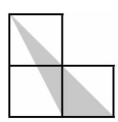
四、中考链接

1.（2018・铜仁）已知 $\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，相似比为 2，且 $\triangle ABC$ 的面积为 16，则 $\triangle DEF$ 的面积为　　（　　）

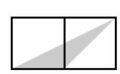
A. 32　　B. 8　　C. 4　　D. 16

2.（2018・临安区）如图，小正方形的边长均为 1，则下列图中的三角形（阴影部分）与 $\triangle ABC$ 相似的是　　（　　）

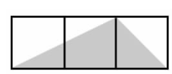




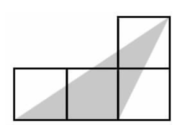
A



B

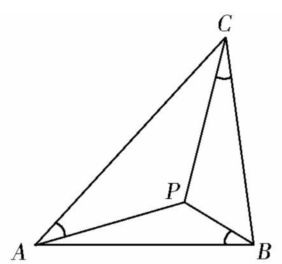


C



D

3.（2017・株洲）如图，若 $\triangle ABC$ 内一点 P 满足 $\angle PAC=\angle PBA=\angle PCB$，则点 P 为 $\triangle ABC$ 的布洛卡点. 三角形的布洛卡点（Brocardpoint）由法国数学家和数学教育家克洛尔（A. L. Crelle，1780－1855）于 1816 年首次发现，但他的发现并未被当时的人们所注意. 1875 年，布洛卡点被一个数学爱好者法国军官布洛卡（Brocard，1845－1922）重新发现，并用他的名字命名. 问题：已知在等腰直角三角形 DEF 中，$\angle EDF=90°$，若 Q 为 $\triangle DEF$ 的布洛卡点，$DQ=1$，则 $EQ+FQ$ 的值为　　（　　）

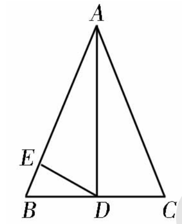


A. 5　　B. 4　　C. $3+\sqrt{2}$　　D. $2+\sqrt{2}$

4.(2018·杭州)如图,在$\triangle ABC$中,$AB=AC$,AD为BC边上的中线,$DE\perp AB$于点E.

(1)求证:$\triangle BDE\backsim\triangle CAD$.

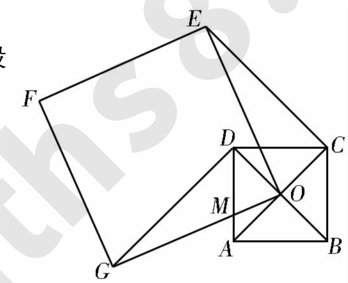
(2)若$AB=13$,$BC=10$,求线段DE的长.



5.(2019·株洲)如图所示,已知正方形$OEFG$的顶点O为正方形$ABCD$对角线的交点,连接CE、DG.

(1)求证:$\triangle DOG\cong\triangle COE$;

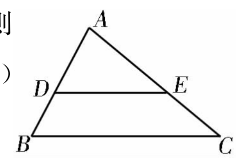
(2)若$DG\parallel BD$,正方形$ABCD$的边长为2,线段AD与线段OG相交于点M,$AM=\frac{1}{2}$,求正方形$OEFG$的边长.



五、拓展训练

1.已知$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$,$\triangle ABC$的周长为3,$\triangle DEF$的周长为1,则$\triangle ABC$与$\triangle DEF$的面积之比为__________.

2.如图,平行于BC的直线DE把$\triangle ABC$分成面积相等的两部分,则$\frac{BD}{AD}$的值为 ( )



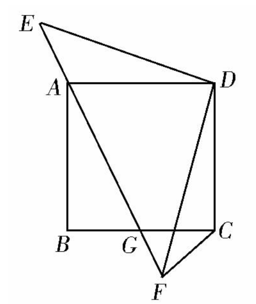
A. 1 B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\sqrt{2}-1$ D. $\sqrt{2}+1$

3.(2017·株洲)如图所示,正方形$ABCD$的顶点A在等腰直角三角形DEF的斜边EF上,EF与BC相交于点G,连接CF.

(1)求证:$\triangle DAE\cong\triangle DCF$;

(2)求证:$\triangle ABG\backsim\triangle CFG$.



第七章　解直角三角形

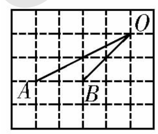
第 35 课时　锐角三角函数

一、课前热身

1. $2\sin 60^\circ - \cos 30^\circ \cdot \tan 45^\circ$ 的结果为　　(　　)

A. $\sqrt{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 0

2. 如图，在网格中，小正方形的边长均为 1，点 A,B,O 都在格点上，则 $\angle AOB$ 的正弦值是　　(　　)



A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

3. 已知在 $\triangle ABC$ 中，$\cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $\angle B =$ ________.

4. 已知 $\sin 35^\circ = 0.5736$，则 $\cos 55^\circ =$ ________.

二、知识要点

1. 锐角三角函数定义：在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90^\circ$，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边分别为 a、b、c，则 $\angle A$ 的正弦可表示为：$\sin A =$ __________，$\angle A$ 的余弦可表示为：$\cos A =$ __________，$\angle A$ 的正切可表示为：$\tan A =$ ________.

2. 特殊角的三角函数值

α	30°	45°	60°
$\sin\alpha$			
$\cos\alpha$			
$\tan\alpha$			

3. 互余两角的正弦值与余弦值的关系

$\sin\alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$　　$\cos\alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$

三、典例精析

【例 1】 (1) 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90^\circ$，$\angle B = 60^\circ$，$BC = 4$，求 AB，AC.

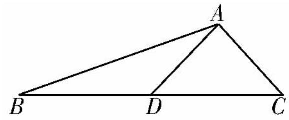
(2) 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90^\circ$，$\cos B = \frac{1}{3}$，$BC = 4$，求 AB，AC.

【例 2】 计算　$2\cos 30^\circ - \tan 45^\circ - \sqrt{(1-\tan 60^\circ)^2}$.

【例 3】 如图，AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，$\tan B=\frac{1}{3}$，$\cos C=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$AC=\sqrt{2}$.

求：(1) BC 的长；

(2) $\sin\angle ADC$ 的值.

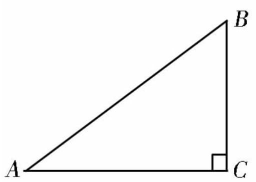


四、中考链接

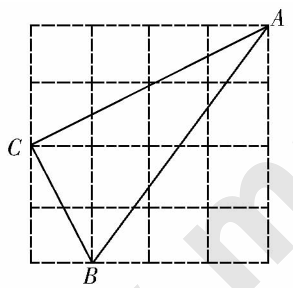
1.(2014 • 攀枝花) 在 $\triangle ABC$ 中，如果 $\angle A$、$\angle B$ 满足 $|\tan A-1|+(\cos B-\frac{1}{2})^2=0$，那么 $\angle C=$ ________.

2.(2018 • 孝感) 如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=10$，$AC=8$，则 $\sin A$ 等于 (　　)

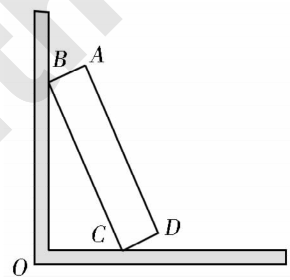
A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$



(第 2 题图)



(第 3 题图)



(第 4 题图)

3.(2016 • 荆州) 如图，在 4×4 的正方形方格图形中，小正方形的顶点称为格点，$\triangle ABC$ 的顶点都在格点上，则图中 $\angle ABC$ 的余弦值是 (　　)

A. 2　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

4.(2019 • 杭州) 如图，一块矩形木板 $ABCD$ 斜靠在墙边($OC\perp OB$，点 A,B,C,D,O 在同一平面内)，已知 $AB=a$，$AD=b$，$\angle BCO=x$，则点 A 到 OC 的距离等于 (　　)

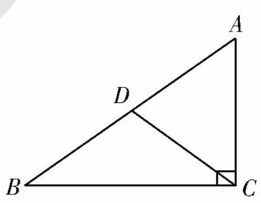
A. $a\sin x+b\sin x$　　B. $a\cos x+b\cos x$

C. $a\sin x+b\cos x$　　D. $a\cos x+b\sin x$

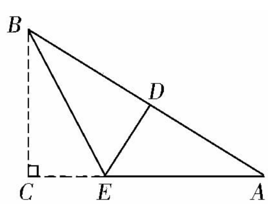
五、拓展训练

1. 如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，CD 是斜边 AB 上的中线，已知 $CD=5$，$AC=6$，则 $\tan B$ 的值是 (　　)

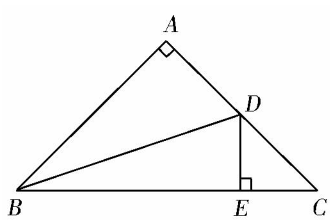
A. $\frac{4}{5}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$



(第 1 题图)



(第 2 题图)



(第 4 题图)

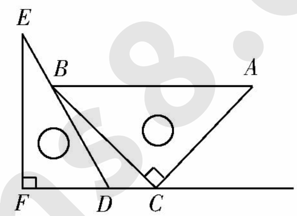
2. 如图，在三角形纸片 ABC 中，$\angle C = 90°$，$AC = 6$，折叠该纸片，使点 C 落在 AB 边上的 D 点处，折痕 BE 与 AC 交于点 E，若 $AD = BD$，则折痕 BE 的长为________.

3. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A$、$\angle B$ 满足 $\left|\cos A - \frac{1}{2}\right| + (\sin B - \frac{\sqrt{2}}{2})^2 = 0$，则 $\angle C =$ ________.

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC = 90°$，$AB = AC$，点 D 为边 AC 的中点，$DE \perp BC$ 于点 E，连接 BD，则 $\tan\angle DBC$ 的值为　(　　)

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\sqrt{2} - 1$　　C. $2 - \sqrt{3}$　　D. $\frac{1}{4}$

5. 一副直角三角板如图放置，点 C 在 FD 的延长线上，$AB \parallel CF$，$\angle F = \angle ACB = 90°$，$\angle E = 30°$，$\angle A = 45°$，$AC = 12\sqrt{2}$，试求 CD 的长.



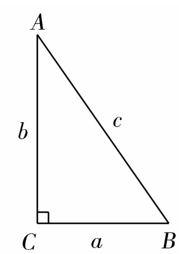
第 36 课时　解直角三角形

一、课前热身

1. 在直角三角形 ABC 中，$\angle C = 90°$，$\angle A = 30°$，$a = 2$. 则 $AC =$ ________.
2. 已知在 $\mathrm{Rt}\triangle ACB$ 中，$\angle C = 90°$，$AB = 13$，$AC = 12$，则 $\cos B$ 的值为________.
3. 在平面直角坐标系中，已知点 $A(2,1)$ 和点 $B(3,0)$，则 $\sin\angle AOB$ 的值等于　(　　)

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

二、知识要点

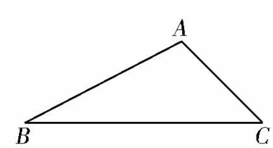


1. 如图，解直角三角形的常用关系式：
(1) 三边关系：____________________.
(2) 角关系：$\angle A + \angle B =$ ________.
(3) 边角关系：$\sin A =$ ________，$\cos A =$ ________，$\tan A =$ ________.
2. 定义：在直角三角形中，利用已知的两个元素（至少有一个是______），求______________，这叫作解直角三角形.

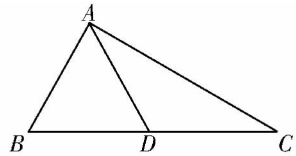
三、典例精析

【例 1】 在直角三角形 ABC 中，$\angle C = 90°$，根据下列条件，解直角三角形.
(1) $\angle B = 60°$，$a = 5$；　　(2) $a = \sqrt{2}$，$c = 2\sqrt{2}$.

【例 2】 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B = 30°$，$\angle C = 45°$，$BC = 8$，求 AB，AC 的值 .

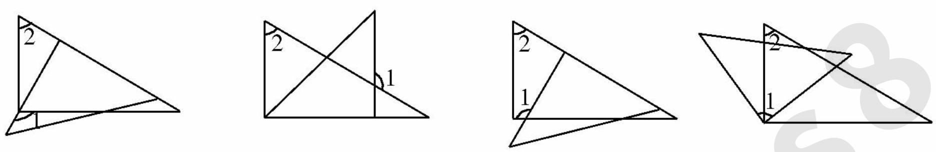


【例 3】 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle BAC = 90^\circ$，点 D 在 BC 边上，且 $\triangle ABD$ 是等边三角形. 若 $AB = 2$，求 $\triangle ABC$ 的周长.（结果保留根号）



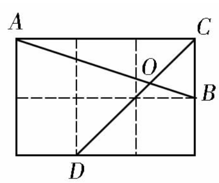
四、中考链接

1.（2015 · 绥化）将一副三角尺按如图方式进行摆放，$\angle 1$、$\angle 2$ 不一定互补的是 （　　）

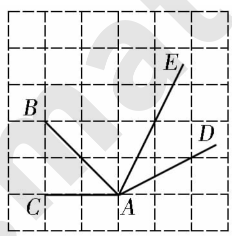


A　　　　B　　　　C　　　　D

2.（2018 · 眉山）如图，在边长为 1 的小正方形网格中，点 A、B、C、D 都在这些小正方形的顶点上，AB、CD 相交于点 O，则 $\tan\angle AOD =$ ________.



（第 2 题图）



（第 3 题图）

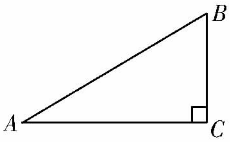
3.（2018 · 北京）如图所示的网格是正方形网格，$\angle BAC$ ________ $\angle DAE$.（填“$>$”“$=$”或“$<$”）

4.（2016 · 株洲）若点 P 是 $\triangle ABC$ 内一点，且它到三角形三个顶点的距离之和最小，则 P 点叫 $\triangle ABC$ 的费马点(Fermatpoint). 已经证明：在三个内角均小于 120° 的 $\triangle ABC$ 中，当 $\angle APB = \angle APC = \angle BPC = 120^\circ$ 时，P 就是 $\triangle ABC$ 的费马点. 若点 P 是腰长为 $\sqrt{2}$ 的等腰直角三角形 DEF 的费马点，则 $PD + PE + PF =$ ____________.

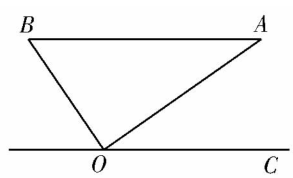
五、拓展训练

1. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90^\circ$，$AB = 2BC$，则 $\sin B$ 的值为 （　　）

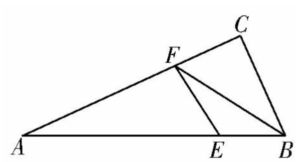
A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 1



（第 1 题图）



（第 2 题图）



（第 3 题图）

2. 如图，在 Rt$\triangle ABO$ 中，斜边 $AB = 1$. 若 $OC \parallel BA$，$\angle AOC = 36^\circ$，则 （　　）

A. 点 B 到 AO 的距离为 $\sin 54^\circ$　　B. 点 B 到 AO 的距离为 $\tan 36^\circ$

C. 点 A 到 OC 的距离为 $\sin 36^\circ \sin 54^\circ$　　D. 点 A 到 OC 的距离为 $\cos 36^\circ \sin 54^\circ$

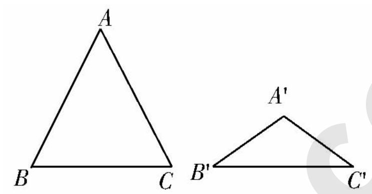
3. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle A=30^\circ$，E 为 AB 上一点且 $AE:EB=4:1$，$EF\perp AC$ 于 F，连接 FB，则 $\tan\angle CFB$ 的值等于　　(　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$　　D. $5\sqrt{3}$

4.（2016·菏泽）如图，△ABC 与 △$A'B'C'$ 都是等腰三角形，且 $AB=AC=5$，$A'B'=A'C'=3$，若 $\angle B+\angle B'=90^\circ$，则 △$ABC$ 与 △$A'B'C'$ 的面积之比为　　(　　)

A. $25:9$　　B. $5:3$

C. $\sqrt{5}:\sqrt{3}$　　D. $5\sqrt{5}:3\sqrt{3}$

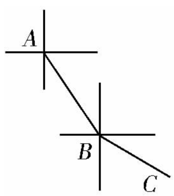


第 37 课时　解直角三角形的应用

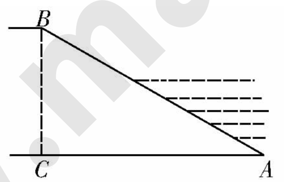
一、课前热身

1. 如图，小明在操场上从 A 点出发，先沿南偏东 30° 方向走到 B 点，再沿南偏东 60° 方向走到 C 点. 这时，$\angle ABC$ 的度数是　　(　　)

A. 120°　　B. 135°　　C. 150°　　D. 160°



（第 1 题图）



（第 2 题图）

2. 如图，某水库堤坝横断面迎水坡 AB 的坡比是 $1:\sqrt{3}$，堤坝高 $BC=50$ m，则迎水坡面 AB 的长度是　　(　　)

A. 100 m　　B. $100\sqrt{3}$ m　　C. 150 m　　D. $50\sqrt{3}$ m

3. 数学实践探究课中，老师布置同学们测量学校旗杆的高度. 小民所在的学习小组在距离旗杆底部 10 米的地方，用测角仪测得旗杆顶端的仰角为 60°，则旗杆的高度是________米.

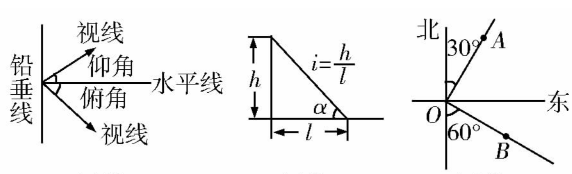
二、知识要点

1. 仰角、俯角

如图①，在测量时，视线与水平线所成的角中，视线在水平线上方的叫做仰角，在水平线下方的叫做俯角.

2. 坡度(坡比)、坡角

如图②，坡面的高度 h 和________的比叫做坡度(或坡比)，即 $i=\tan\alpha=\frac{h}{l}$. 坡面与水平面的夹角 α 叫做坡角.



图①　图②　图③

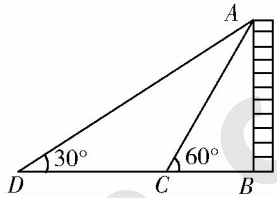
3. 方向角

如图③，指南或指北方向线与目标方向线所成的小于 90° 的水平角叫做方向角，A 点位于 O 点的北偏东 30° 方向，B 点位于 O 点的南偏东 60° 方向.

三、典例精析

【例 1】 如图，为测量某物体 AB 的高度，在 D 点测得 A 点的仰角为 $30°$，朝物体 AB 方向前进 20 米，到达点 C，再次测得点 A 的仰角为 $60°$，则物体 AB 的高度为 （ ）

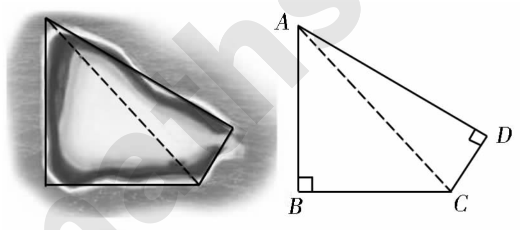
A. $10\sqrt{3}$ 米
B. 10 米
C. $20\sqrt{3}$ 米
D. $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ 米



【例 2】 黄岩岛是我国南海上的一个岛屿，其平面图如图甲所示，小明据此构造出该岛的一个数学模型如图乙所示，其中 $\angle B=\angle D=90°$，$AB=BC=15$ 千米，$CD=3\sqrt{2}$ 千米，请据此解答如下问题：

(1) 求该岛的周长和面积；(结果保留整数，参考数据 $\sqrt{2}\approx1.414$，$\sqrt{3}\approx1.73$，$\sqrt{6}\approx2.45$)

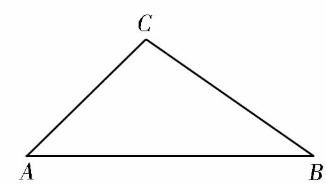
(2) 求 $\angle ACD$ 的余弦值.



图甲 图乙

四、中考链接

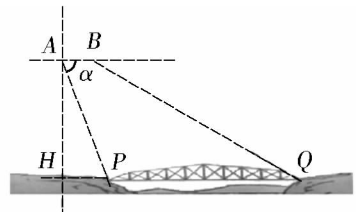
1. (2018 · 自贡) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$BC=12$，$\tan A=\frac{3}{4}$，$\angle B=30°$，求 AC 和 AB 的长.



2. (2017 · 株洲) 如图，一架水平飞行的无人机 AB 的尾端点 A 测得正前方的桥的左端点 P 的俯角为 α，其中 $\tan\alpha=2\sqrt{3}$，无人机的飞行高度 AH 为 $500\sqrt{3}$ 米，桥的长度为 1 255 米.

(1) 求点 H 到桥左端点 P 的距离；

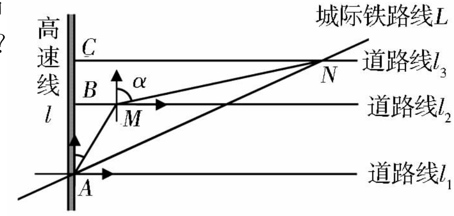
(2) 若无人机前端点 B 测得正前方的桥的右端点 Q 的俯角为 $30°$，求这架无人机的长度.



3. (2018 · 株洲) 下图为某区域部分交通线路图，其中直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$，直线 l 与 l_1、l_2、l_3 都垂直，垂足分别是点 A、点 B 和点 C(高速线右侧边缘)，l_2 上的点 M 位于点 A 的北偏东 $30°$ 的方向上，且 $BM=\sqrt{3}$ 千米，l_3 上的点 N 位于点 M 的北偏东 α 的方向上，且 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{13}}{13}$，$MN=2\sqrt{13}$ 千米，点 A 和点 N 是城际铁路线 L 上两个相邻的站点.

(1) 求 l_2 和 l_3 之间的距离；

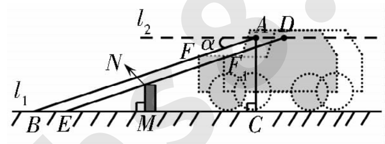
(2) 若城际火车的平均时速为150千米/小时，求市民小强乘坐城际火车从站点 A 到站点 N 需要多少小时？(结果用分数形式表示)



4.(2019·株洲) 小强的爸爸准备驾车外出，启动汽车时，车载报警系统显示正前方有障碍物，此时在眼睛点 A 处测得汽车前端 F 点的俯角为 α，且 $\tan\alpha=\frac{1}{3}$，若直线 AF 与地面 l_1 相交于点 B，点 A 到地面 l_1 的垂线段 AC 的长度为1.6米，假设眼睛 A 处的水平线 l_2 与地面 l_1 平行.

(1) 求 BC 的长度；

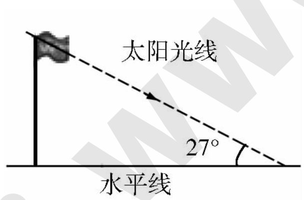
(2) 假如障碍物上的点 M 正好位于线段 BC 的中点位置(障碍物的横截面为长方形，且线段 MN 为此长方形前端的边)，$MN\perp l_1$，若小强的爸爸将汽车沿直线 l_1 后退0.6米，通过汽车的前端 F_1 点恰好看见障碍物的顶部 N 点(点 D 为点 A 的对应点，点 F_1 为点 F 的对应点)，求障碍物的高度.



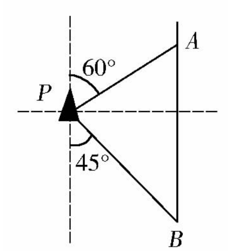
五、拓展训练

1. 在"测量旗杆的高度"的数学课题学习中，某学习小组测得太阳光线与水平面的夹角为27°，此时旗杆在水平地面上的影子的长度为24米，则旗杆的高度约为(注：$\tan 27°\approx 0.51$)　(　　)

A. 24米　　B. 20米　　C. 16米　　D. 12米



(第1题图)



(第2题图)

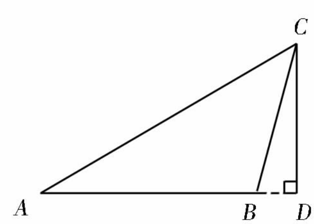
2.(2017·大连) 如图，一艘海轮位于灯塔 P 的北偏东60°方向，距离灯塔86 nmile的 A 处，它沿正南方向航行一段时间后，到达位于灯塔 P 的南偏东45°方向上的 B 处. 此时，B 处与灯塔 P 的距离约为________nmile.(结果取整数，参考数据：$\sqrt{3}\approx 1.7$，$\sqrt{2}\approx 1.4$)

3. 图(1)是"东方之星"救援打捞现场图，小红据此构造出一个如图(2)所示的数学模型，已知：A，B，D 三点在同一水平线上，$CD\perp AD$，$\angle A=30°$，$\angle CBD=75°$，$AB=60$ m.

(1) 求点 B 到 AC 的距离；

(2) 求线段 CD 的长度.


图(1)



图(2)

专题测试(六)

(时量:90 分钟　　分值:100 分)

第 Ⅰ 卷(选择题　共 30 分)

一、选择题(每小题有且只有一个正确答案,本题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

1. 两个相似三角形的相似比是 $2:3$,其中较小的三角形的面积是 12,则另一个三角形的面积是　(　　)

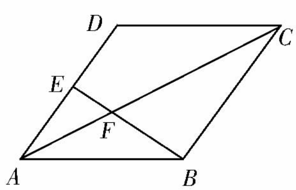
A. 8　　B. 16　　C. 24　　D. 27

2. 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 中,有下列条件:① $\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{BC}{B'C'}$;② $\dfrac{BC}{B'C'}=\dfrac{AC}{A'C'}$;③ $\angle A=\angle A'$;④ $\angle C=\angle C'$. 如果从中任取两个条件组成一组,那么能判断 $\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$ 的共有　(　　)

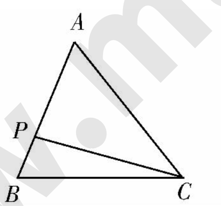
A. 1 组　　B. 2 组　　C. 3 组　　D. 4 组

3. 在 $\square ABCD$ 中,点 E 为 AD 的中点,连接 BE,交 AC 于点 F,则 $AF:CF=$　(　　)

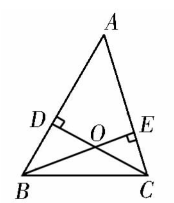
A. $1:2$　　B. $1:3$　　C. $2:3$　　D. $2:5$



(第 3 题图)



(第 4 题图)



(第 5 题图)

4. 如图,已知在 $\triangle ABC$ 中,P 是 AB 边上一点,连接 CP,下列条件不能判定 $\triangle ACP\backsim\triangle ABC$ 的是　(　　)

A. $\angle ACP=\angle B$　　B. $\angle APC=\angle ACB$

C. $AC^2=AP\cdot AB$　　D. $\dfrac{AC}{CP}=\dfrac{AB}{BC}$

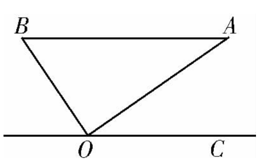
5. 如图,锐角 $\triangle ABC$ 的高 CD 和 BE 相交于点 O,那么图中与 $\triangle ODB$ 相似的三角形一共有　(　　)

A. 4 个　　B. 3 个　　C. 2 个　　D. 1 个

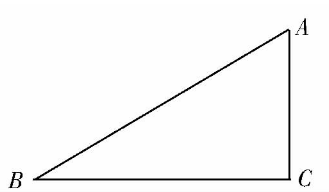
6. 如图,在 $\mathrm{Rt}\triangle ABO$ 中,斜边 $AB=1$. 若 $OC\parallel BA$,$\angle AOC=36^\circ$,则　(　　)

A. 点 B 到 AO 的距离为 $\sin 54^\circ$　　B. 点 B 到 AO 的距离为 $\tan 36^\circ$

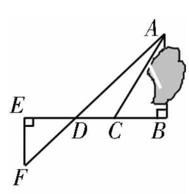
C. 点 A 到 OC 的距离为 $\sin 36^\circ\sin 54^\circ$　　D. 点 A 到 OC 的距离为 $\cos 36^\circ\sin 54^\circ$



(第 6 题图)



(第 7 题图)



(第 8 题图)

7. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle C = 90^\circ$，$\tan A = \sqrt{3}$，$BC = 2\sqrt{3}$，则 AC 等于（　　）

A. 3　　B. 4　　C. $4\sqrt{3}$　　D. 2

8. 为了测量被池塘隔开的 A，B 两点之间的距离，根据实际情况，作出题图图形，其中 $AB \perp BE$，$EF \perp BE$，AF 交 BE 于 D，C 在 BD 上. 有同学分别测量出以下四组数据：①BC，$\angle ACB$；②CD，$\angle ACB$，$\angle ADB$；③EF，DE，BD；④DE，DC，BC. 能根据所测数据，求出 A，B 间距离的有（　　）

A. 1 组　　B. 2 组　　C. 3 组　　D. 4 组

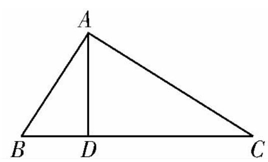
第 Ⅱ 卷（非选择题　共 70 分）

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

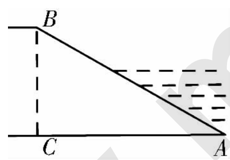
9. 振华同学有一张 80 cm × 60 cm（长 × 宽）的北京市地图，他想绘制一幅较小的地图. 若新地图长为 40 cm，那么新地图宽应为________ cm.

10. 如果 $2x = 5y$，那么 $\frac{x}{y} =$ ________.

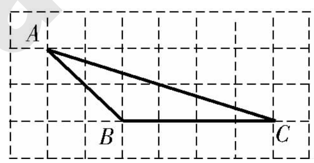
11. 如图，已知 Rt△ABC 中，$\angle BAC = 90^\circ$，$AD \perp BC$，若 $AB = 3$ cm，$BC = 5$ cm，则 $BD =$ ________ cm.



（第 11 题图）



（第 12 题图）



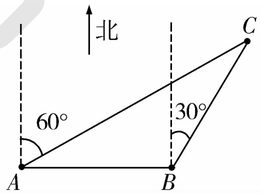
（第 13 题图）

12. 如图所示，河堤横断面迎水坡 AB 的坡比是 $1:\sqrt{3}$，堤高 $BC = 5$ m，则坡面 AB 的长度是________.

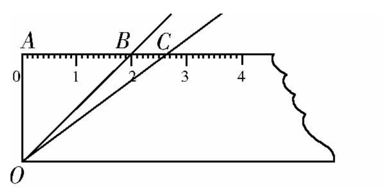
13. 如图，在 8 × 4 的矩形网格中，每格小正方形的边长都是 1，若 △ABC 的三个顶点在图中相应的格点上，则 $\tan\angle ACB$ 的值为________.

14. 计算：$\frac{1}{2}\sin 60^\circ \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 45^\circ =$ ________.

15. 在一次夏令营活动中，孔明同学从营地 A 出发，要到 A 地的北偏东 60° 方向的 C 处，他先沿正东方向走了 200 m 到达 B 地，再沿北偏东 30° 方向走，恰能到达目的地 C（如图），那么，由此可知，B，C 两地相距________ m.



（第 15 题图）



（第 16 题图）

16. 如图，将 45° 的 $\angle AOB$ 按图摆放在一把刻度尺上，顶点 O 与尺下沿的端点重合，OA 与尺边沿重合，OB 与尺上沿的交点 B 在尺上的读数为 2 cm，若按相同的方式将 37° 的 $\angle ACO$ 放置在该尺上，则 OC 与尺上沿的交点 C 在尺上的读数约为________ cm.（结果精确到 0.1 cm，参考数据：$\sin 37^\circ \approx 0.60$，$\cos 37^\circ \approx 0.80$，$\tan 37^\circ \approx 0.75$）

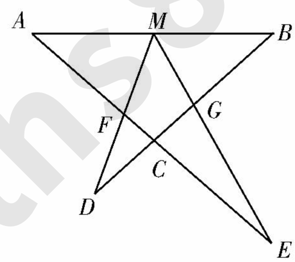
三、解答题(本大题共 7 小题,共 52 分)

17.(本题满分 6 分)计算:$(\frac{1}{3})^{-1} - 2012^0 + |-4\sqrt{3}| - \tan 60°$.

18.(本题满分 6 分)如图,M 为线段 AB 的中点,AE 与 BD 交于点 C,$\angle DME = \angle A = \angle B = \alpha$,且 DM 交 AC 于 F,ME 交 BC 于 G.

(1) 写出图中三对相似三角形,并证明其中的一对;

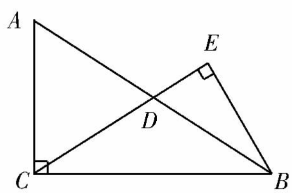
(2) 连接 FG,如果 $\alpha = 45°$,$AB = 4\sqrt{2}$,$AF = 3$,求 FC 和 FG 的长.



19.(本题满分 6 分)如图,在 Rt△ABC 中,$\angle ACB = 90°$,D 是边 AB 的中点,$BE \perp CD$,垂足为点 E.已知 $AC = 15$,$\cos A = \frac{3}{5}$.

(1) 求线段 CD 的长;

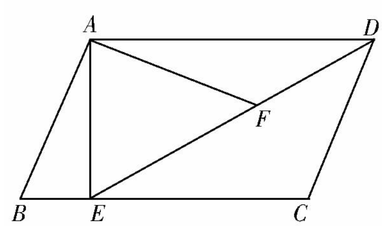
(2) 求 $\sin\angle DBE$ 的值.



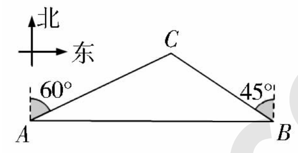
20.(本题满分 8 分)如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,过点 A 作 $AE \perp BC$,垂足为 E,连接 DE,F 为线段 DE 上一点,且 $\angle AFE = \angle B$.

(1) 求证:$\triangle ADF \backsim \triangle DEC$;

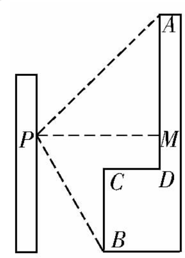
(2) 若 $AB = 4$,$AD = 3\sqrt{3}$,$AE = 3$,求 AF 的长.



21.(本题满分8分)如图,一天,我国一渔政船航行到A处时,发现正东方向的我领海区域B处有一可疑渔船,正在以12海里/时的速度向西北方向航行,我渔政船立即沿北偏东60°方向航行,1.5小时后,在我领海区域的C处截获可疑渔船.问我渔政船的航行路程是多少海里(结果保留根号)?



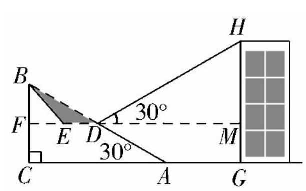
22.(本题满分8分)小强在教学楼的点P处观察对面的办公大楼.为了测量点P到对面办公大楼上部AD的距离,小强测得办公大楼顶部点A的仰角为45°,测得办公大楼底部点B的俯角为60°,已知办公大楼高46米,$CD=10$米.求点P到AD的距离(用含根号的式子表示).



23.(本题满分10分)如图,已知斜坡AB长60米,坡角(即$\angle BAC$)为30°,$BC\perp AC$,现计划在斜坡中点D处挖去部分坡体(用阴影表示)修建一个平行于水平线CA的平台DE和一条新的斜坡BE.(请将下面2小题的结果都精确到0.1米,参考数据$\sqrt{3}\approx1.732$)

(1)若修建的斜坡BE的坡角(即$\angle BAC$)不大于45°,则平台DE的长最多为________米.

(2)一座建筑物GH距离坡脚A点27米远(即$AG=27$米),小明在D点测得建筑物顶部H的仰角(即$\angle HDM$)为30°.点B,C,A,G,H在同一个平面上,点C,A,G在同一条直线上,且$HG\perp CG$,问建筑物GH高为多少米?



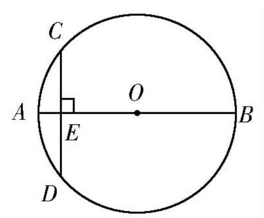
第八章 圆

第 38 课时 圆的基本概念与性质

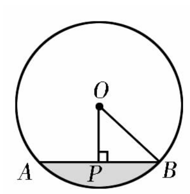
一、课前热身

1. 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，CD 为 $\odot O$ 的一条弦，$CD \perp AB$，垂足为 E，已知 $CD=6$，$AE=1$，则 $\odot O$ 的半径为________.

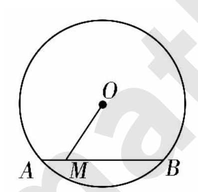
2. 一条排水管的截面如图所示. 已知排水管的截面圆半径 $OB=10$，截面圆圆心 O 到水面的距离 OP 是 6，则水面宽 AB 的长是________.



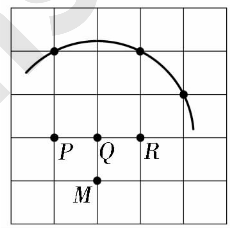
（第 1 题图）



（第 2 题图）



（第 3 题图）



（第 4 题图）

3. 如图，$\odot O$ 的弦 $AB=6$，M 是 AB 上任意一点，且 OM 最小值为 4，则 $\odot O$ 的半径为______.

4. 如图，在 5×5 正方形网格中，一条圆弧经过 A、B、C 三点，那么这条圆弧所在圆的圆心是（　　）

A. 点 P　　B. 点 Q　　C. 点 R　　D. 点 M

二、知识要点

1. 圆的有关概念

（1）圆：在一个平面内，线段 OA 绕它固定的一个端点 O ________所形成的图形.

（2）弧：圆上任意两点间的________叫做圆弧，简称弧.

（3）弦：连接圆上任意两点的________叫做弦，经过________的弦叫做直径.

2. 圆的有关性质

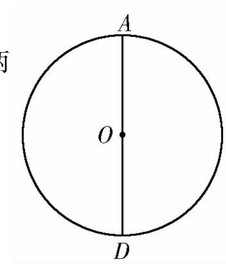
（1）对称性：既是轴对称图形，又是中心对称图形.

（2）垂径定理：垂直于弦的直径________弦，并且________所对的两条弧.

推论：平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧.

三、典例精析

【例 1】 如图，AD 为 $\odot O$ 的直径，作 $\odot O$ 的内接正三角形 ABC，甲、乙两人的作法分别是：



甲：1. 作 OD 的中垂线，交 $\odot O$ 于 B，C 两点.

2. 连接 AB，AC，$\triangle ABC$ 即为所求的三角形.

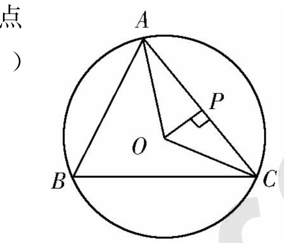
乙：1. 以 D 为圆心，OD 长为半径作圆弧，交 $\odot O$ 于 B，C 两点.

2. 连接 AB，BC，CA. $\triangle ABC$ 即为所求的三角形.

对于甲、乙两人的作法，可判断（　　）

A. 甲、乙均正确　　B. 甲、乙均错误　　C. 甲正确，乙错误　　D. 甲错误，乙正确

【例 2】 如图，$\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，$\angle B=60^\circ$，$OP\perp AC$ 于点 P，$OP=2\sqrt{3}$，则 $\odot O$ 的半径为（　　）



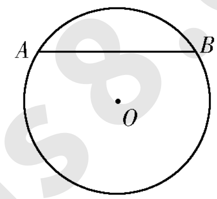
A. $4\sqrt{3}$

B. $6\sqrt{3}$

C. 8

D. 12

【例 3】 如图，$\odot O$ 的半径长为 10 cm，弦 $AB=16$ cm.



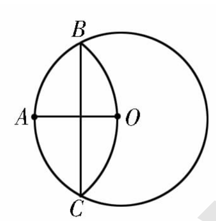
(1) 求圆心 O 到 AB 的距离 .

(2) 如果弦 AB 的两个端点在圆周上滑动(AB 弦长不变)，那么弦 AB 的中点形成什么样的图形？

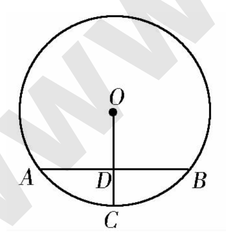
四、中考链接

1.（2018・临安区）如图，$\odot O$ 的半径 $OA=6$，以 A 为圆心，OA 为半径的弧交 $\odot O$ 于 B、C 点，则 $BC=$（　　）

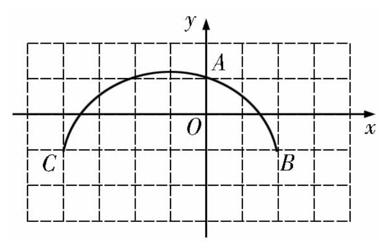
A. $6\sqrt{3}$　　B. $6\sqrt{2}$　　C. $3\sqrt{3}$　　D. $3\sqrt{2}$



（第 1 题图）



（第 2 题图）



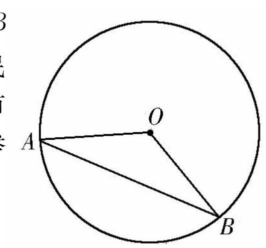
（第 3 题图）

2.（2017・达州）以半径为 2 的圆的内接正三角形、正方形、正六边形的边心距为三边作三角形，则该三角形的面积是（　　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

3.（2018・烟台）如图，方格纸上每个小正方形的边长均为 1 个单位长度，点 O，A，B，C 在格点(两条网格线的交点叫格点)上，以点 O 为原点建立直角坐标系，则过 A，B，C 三点的圆的圆心坐标为________.

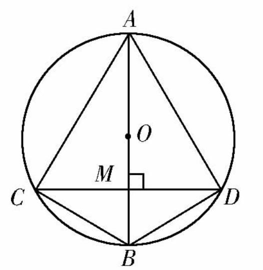
4.（2018・绍兴）如图，公园内有一个半径为 20 米的圆形草坪，A，B 是圆上的点，O 为圆心，$\angle AOB=120^\circ$，从 A 到 B 只有路 $\overset{\frown}{AB}$，一部分市民为走“捷径”，踩坏了花草，走出了一条小路 AB. 通过计算可知，这些市民其实仅仅少走了________步(假设 1 步为 0.5 米，结果保留整数).(参考数据：$\sqrt{3}\approx 1.732$，π 取 3.142)



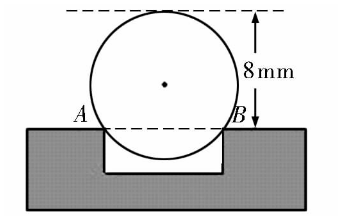
五、拓展训练

1. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$，垂足为 M，下列结论不成立的是 ( )

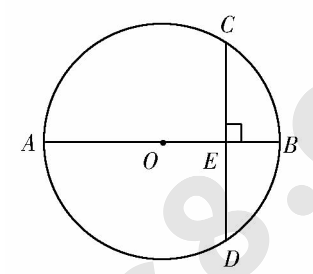
A. $CM = DM$　　B. $\overset{\frown}{CB} = \overset{\frown}{DB}$　　C. $\angle ACD = \angle ADC$　　D. $OM = MD$



（第 1 题图）



（第 3 题图）



（第 4 题图）

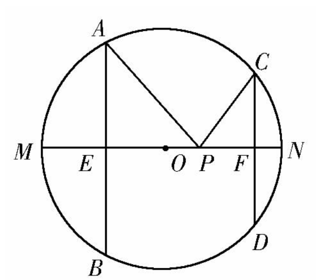
2. AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 E，若 $AB = 8$，$CD = 6$，则 $BE =$ ________.

3. 工程上常用钢珠来测量零件上小圆孔的宽口，假设钢珠的直径是 10 mm，测得钢珠顶端离零件表面的距离为 8 mm，如图所示，则这个小圆孔的宽口 AB 的长度为________mm.

4. 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于 E，已知 $CD = 12$，$BE = 2$，则 $\odot O$ 的直径为 ( )

A. 8　　B. 10　　C. 16　　D. 20

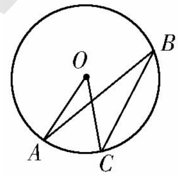
5. 如图，AB、CD 是半径为 5 的 $\odot O$ 的两条弦，$AB = 8$，$CD = 6$，MN 是直径，$AB \perp MN$ 于点 E，$CD \perp MN$ 于点 F，P 为 EF 上的任意一点，求 $PA + PC$ 的最小值.



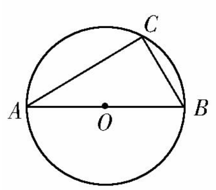
第 39 课时　圆周角的概念与性质

一、课前热身

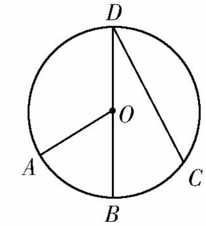
1. 如图，A，B，C 是 $\odot O$ 上的三个点，$\angle ABC = 25^\circ$，则 $\angle AOC$ 的度数是________.



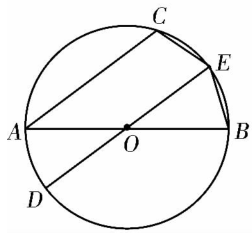
（第 1 题图）



（第 2 题图）



（第 3 题图）



（第 4 题图）

2. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 在 $\odot O$ 上，若 $\angle A = 40°$，则 $\angle B$ 的度数为　（　　）

A. $80°$　　B. $60°$　　C. $50°$　　D. $40°$

3. 如图，已知 BD 是 $\odot O$ 的直径，点 A，C 在 $\odot O$ 上，$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$，$\angle BDC = 38°$，则 $\angle AOB$ 的度数是________.

4. 如图，AB 和 DE 是 $\odot O$ 的直径，弦 $AC \parallel DE$，若弦 $BE = 3$，则弦 $CE =$ ________.

二、知识要点

1. 圆心角、圆周角的概念

(1) 圆心角：顶点在________的角叫做圆心角.

(2) 圆周角：顶点在________，且两边都和圆________的角叫做圆周角.

2. 圆周角定理

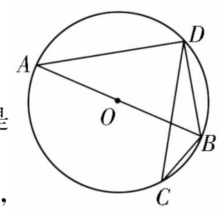
一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的________；在同圆(或等圆)中，同弧或等弧所对的圆周角都等于它所对的圆心角的________，反之，相等的圆周角所对的弧________；直径(或半圆)所对的圆周角是________，反之，$90°$ 的圆周角所对的弦是________.

3. 圆心角、圆周角、弧、弦之间的关系：

在同圆(或等圆)中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦、两条弦心距中有一组量相等，那么它们所对应的其余各组量也分别________.

4. 圆内接四边形的对角________.

三、典例精析

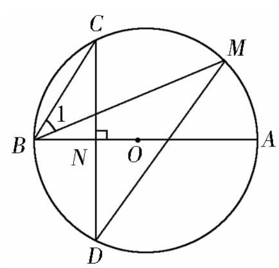


【例 1】 如图，已知 $\odot O$ 是 $\triangle ABD$ 的外接圆，AB 是 $\odot O$ 的直径，CD 是 $\odot O$ 的弦，$\angle ABD = 58°$，则 $\angle BCD$ 等于________.

【例 2】 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 N，点 M 在 $\odot O$ 上，$\angle 1 = \angle C$.

(1) 求证：$CB \parallel MD$；

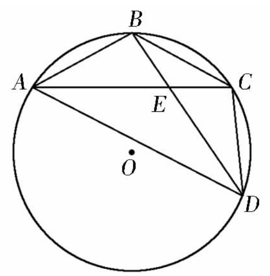
(2) 若 $BC = 4$，$\sin M = \frac{2}{3}$，求 $\odot O$ 的直径.



【例 3】 如图，已知 A、B、C、D 是 $\odot O$ 上的四个点，$AB = BC$，BD 交 AC 于点 E，连接 CD、AD.

(1) 求证：DB 平分 $\angle ADC$；

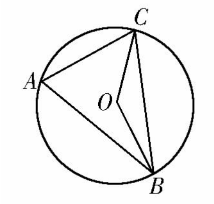
(2) 若 $BE = 3$，$ED = 6$，求 AB 的长.



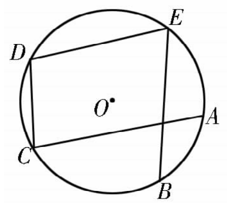
四、中考链接

1.（2018·贵港）如图，点 A,B,C 均在 $\odot O$ 上，若 $\angle A=66^{\circ}$，则 $\angle OCB$ 的度数是（　　）

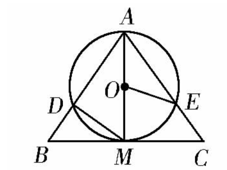
A. 24°　　B. 28°　　C. 33°　　D. 48°



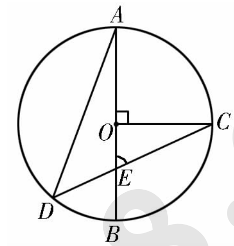
（第 1 题图）



（第 2 题图）



（第 3 题(1)图）



（第 3 题(2)图）

2.（2019·盐城）如图，点 A、B、C、D、E 在 $\odot O$ 上，且弧 AB 为 50°，则 $\angle E+\angle C=$ ________.

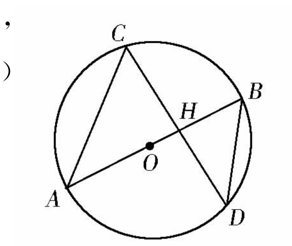
3.(1)(2017·株洲）如图，已知 AM 为 $\odot O$ 的直径，直线 BC 经过点 M，且 $AB=AC$，$\angle BAM=\angle CAM$，线段 AB 和 AC 分别交 $\odot O$ 于点 D、E，$\angle BMD=40^{\circ}$，则 $\angle EOM=$ ________.

(2)(2019·株洲）如图所示，AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C 在 $\odot O$ 上，且 $OC\perp AB$，过点 C 的弦 CD 与线段 OB 相交于点 E，满足 $\angle AEC=65^{\circ}$，连接 AD，则 $\angle BAD=$ ________.

4.（2017·广安）如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，且经过弦 CD 的中点 H，已知 $\cos\angle CDB=\frac{4}{5}$，$BD=5$，则 OH 的长度为（　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{5}{6}$

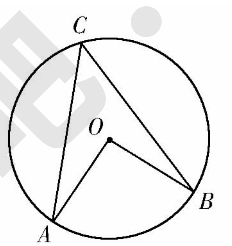
C. 1　　D. $\frac{7}{6}$



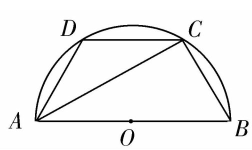
五、拓展训练

1. 已知：如图，OA，OB 是 $\odot O$ 的两条半径，且 $OA\perp OB$，点 C 在 $\odot O$ 上，则 $\angle ACB$ 的度数为（　　）

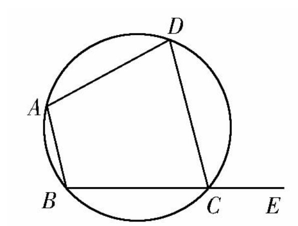
A. 45°　　B. 35°　　C. 25°　　D. 20°



（第 1 题图）



（第 2 题图）



（第 3 题图）

2. 如图，AB 是半圆 O 的直径，$\angle BAC=30^{\circ}$，D 是弧 AC 的中点，则 $\angle DAC$ 的度数是________.

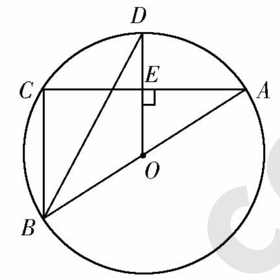
3. 如图，四边形 $ABCD$ 是圆内接四边形，E 是 BC 延长线上一点，若 $\angle BAD=105^{\circ}$，则 $\angle DCE$ 的大小是（　　）

A. 115°　　B. 105°　　C. 100°　　D. 95°

4. 如图，$\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，AB 是 $\odot O$ 的直径，D 为 $\odot O$ 上一点，$OD \perp AC$，垂足为 E，连接 BD.

(1) 求证：BD 平分 $\angle ABC$；

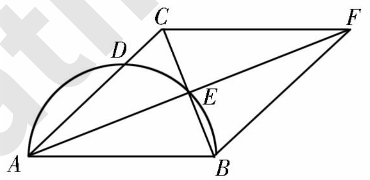
(2) 当 $\angle ODB = 30°$ 时，求证：$BC = OD$.



5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB = AC$，以 AB 为直径的圆交 AC 于点 D，交 BC 于点 E，延长 AE 至点 F，使 $EF = AE$，连接 FB，FC.

(1) 求证：四边形 $ABFC$ 是菱形；

(2) 若 $AD = 7$，$BE = 2$，求半圆和菱形 $ABFC$ 的面积.



第 40 课时　直线与圆的位置关系

一、课前热身

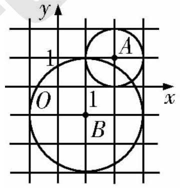
1. 在平面直角坐标系 xOy 中，以点$(-3,4)$为圆心，4 为半径的圆　　(　　)

A. 与 x 轴相交，与 y 轴相切　　B. 与 x 轴相离，与 y 轴相交

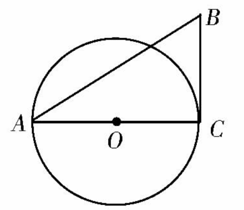
C. 与 x 轴相切，与 y 轴相交　　D. 与 x 轴相切，与 y 轴相离

2. 在直角坐标系中，$\odot A$，$\odot B$ 的位置如图所示，下列四个点中，在 $\odot A$ 外部且在 $\odot B$ 内部的是　　(　　)

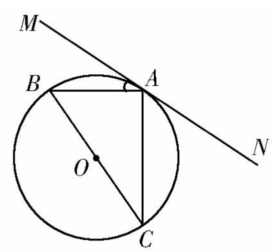
A. $(1,2)$　　B. $(2,1)$　　C. $(2,-1)$　　D. $(3,1)$



(第 2 题图)



(第 3 题图)



(第 4 题图)

3. 如图，AC 为 $\odot O$ 的直径，BC 与 $\odot O$ 相切于点 C，$\angle B = 68°$，则 $\angle A =$ ________ 度.

4. 如图，已知 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$，BC 是 $\odot O$ 的直径，MN 与 $\odot O$ 相切，切点为 A，若 $\angle MAB = 30°$，则 $\angle C =$ ________ 度.

二、知识要点

1. 点与圆的位置关系

(1) 设 ⊙O 的半径为 r，点 P 到圆心的距离 $OP=d$，则：点 P 在圆外 ⇔ ________；点 P 在圆上 ⇔ ________；点 P 在圆内 ⇔ ________.

(2) 确定圆的条件：不在同一直线上的三个点确定________圆.

(3) 三角形的外心：三角形外接圆的________，三角形三边的________的交点.

2. 直线与圆的位置关系

设圆心到直线的距离为 d，半径为 r，则有：

直线和圆的位置关系	相离	相切	相交
公共点个数			
d 与 r 的关系			

3. 切线的性质和判定

(1) 性质：圆的切线________过切点的半径.

(2) 判定：经过半径的外端并且________这条半径的直线是圆的切线.

4. 切线长与三角形的内心

(1) 切线长定理：从圆外一点可以引圆的两条切线，它们的切线长________，这一点和圆心的连线________两切线的________.

(2) 三角形的内心：三角形________的圆心，是三角形三条________的交点.

三、典例精析

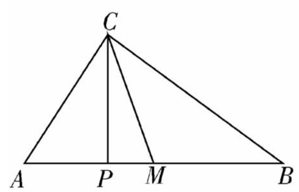
【例 1】 在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=3$，$BC=4$，CP，CM 分别是 AB 上的高和中线，如果 ⊙A 是以点 A 为圆心，半径长为 2 的圆，那么下列判断正确的是 (　　)

A. 点 P，M 均在 ⊙A 内

B. 点 P，M 均在 ⊙A 外

C. 点 P 在 ⊙A 内，点 M 在 ⊙A 外

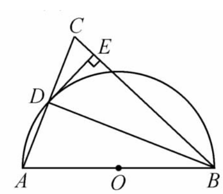
D. 点 P 在 ⊙A 外，点 M 在 ⊙A 内



【例 2】 如图，在 △ABC 中，$BA=BC$，以 AB 为直径作半圆 ⊙O，交 AC 于点 D，连接 DB，过点 D 作 $DE\perp BC$，垂足为点 E. 求证：

(1) DE 为 ⊙O 的切线；

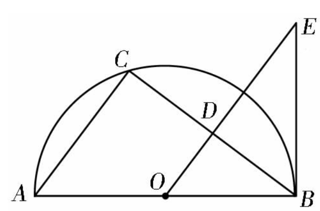
(2) $DB^2=AB\cdot BE$.



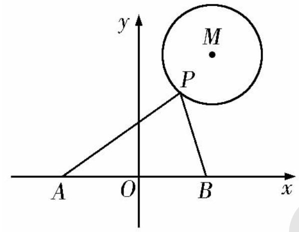
【例 3】 如图，AB 是半圆 O 的直径，点 C 是 ⊙O 上一点(不与 A，B 重合)，连接 AC、BC，过点 O 作 $OD\parallel AC$ 交 BC 于点 D，在 OD 的延长线上取一点 E，连接 EB，使 $\angle E=\angle ABC$.

(1) 求证：BE 是 ⊙O 的切线；

(2) 若 $OA=10$，$BC=16$，求 BE 的长.



四、中考链接



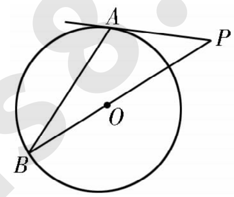
1.(2018·泰安)如图，$\odot M$的半径为2，圆心M的坐标为(3,4)，点P是$\odot M$上的任意一点，$PA\perp PB$，且PA、PB与x轴分别交于A、B两点，若点A、点B关于原点O对称，则AB的最小值为　(　　)

A. 3　　B. 4

C. 6　　D. 8

2.(2018·湘西州)已知$\odot O$的半径为5 cm，圆心O到直线l的距离为5 cm，则直线l与$\odot O$的位置关系为　(　　)

A. 相交　B. 相切　C. 相离　D. 无法确定



3.(2019·无锡)如图，PA是$\odot O$的切线，切点为A，PO的延长线交$\odot O$于点B，若$\angle P=40^\circ$，则$\angle B$的度数为　(　　)

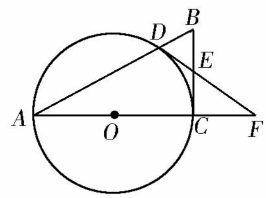
A. 20°　　B. 25°

C. 40°　　D. 50°

4.(2017·南充)如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB=90^\circ$，以AC为直径作$\odot O$交AB于点D，E为BC的中点，连接DE并延长交AC的延长线于点F.

(1)求证：DE是$\odot O$的切线；

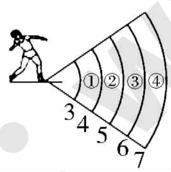
(2)若$CF=2$，$DF=4$，求$\odot O$直径的长.



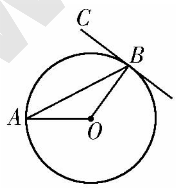
五、拓展训练

1. 如图，体育课上，小丽的铅球成绩为6.4 m，她投出的铅球落在　(　　)

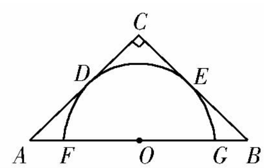
A. 区域①　B. 区域②　C. 区域③　D. 区域④



(第1题图)



(第2题图)



(第3题图)

2. 如图，AB是$\odot O$的弦，BC与$\odot O$相切于点B，连接OA，OB. 若$\angle A=20^\circ$，则$\angle ABC$等于　(　　)

A. 15°　B. 20°　C. 30°　D. 70°

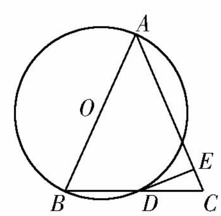
3. 如图，半圆O与等腰直角三角形ACB两腰CA，CB分别切于D，E两点，直径FG在AB上，若$BG=\sqrt{2}-1$，则$\triangle ABC$的周长为　(　　)

A. $4+2\sqrt{2}$　B. 6　C. $2+2\sqrt{2}$　D. 4

4. 如图，以$\triangle ABC$的一边AB为直径作$\odot O$，$\odot O$与BC边的交点恰好为BC边的中点D，过点D作$\odot O$的切线交AC于点E.

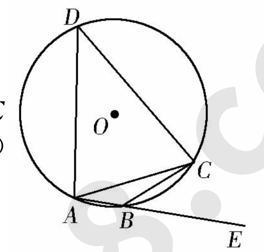
(1)求证：$DE\perp AC$；

(2)若$AB=3DE$，求$\tan\angle ACB$的值.



第 41 课时 圆中的有关计算

一、课前热身



1. 在半径为 $\frac{4}{\pi}$ 的圆中，45° 的圆心角所对的弧长等于________.

2. 已知正六边形 $ABCDEF$ 内接于半径为 3 cm 的圆，则 $AB=$ ____.

3.（2017 · 广东）如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$，$DA=DC$，$\angle CBE=50°$，则 $\angle DAC$ 的大小为（　　）

A. 130°　　B. 100°

C. 65°　　D. 50°

二、知识要点

1. 如果弧长为 l，圆心角的度数为 $n°$，圆的半径为 r，那么弧长的计算公式为 $l=$ ________.

2. 若扇形的圆心角为 $n°$，所在圆半径为 r，弧长为 l，面积为 S，则 $S=$ ________ 或 $S=$ ________.

3. 圆锥的侧面积公式：$S=\pi rl$.（其中 r 为________ 的半径，l 为________ 的长）.

4. 正多边形和圆

（1）正多边形：各边________，各角________的多边形叫做正多边形.

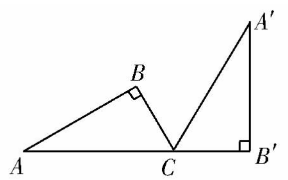
（2）多边形的外接圆：经过多边形________的圆叫做多边形的外接圆，这个多边形叫做圆的内接多边形.

（3）正多边形的_______的圆心叫做正多边形的中心，_______的半径叫做正多边形的半径.

（4）正多边形的中心到正多边形的一边的________叫做正多边形的边心距.

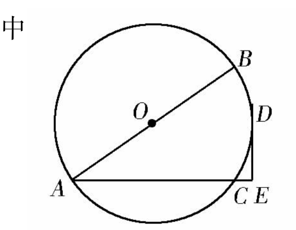
（5）正多边形每一边所对的________叫做正多边形的中心角，正 n 边形的每个中心角都等于________.

三、典例精析



【例 1】 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，$\angle A=30°$，$AC=4$ cm，将 $\triangle ABC$ 绕顶点 C 顺时针方向旋转至 $\triangle A'B'C$ 的位置，且 A，C，B' 三点在同一条直线上，则点 A 所经过的路线的长为（　　）

A. $4\sqrt{3}$ cm　　B. 8 cm　　C. $\frac{16}{3}\pi$ cm　　D. $\frac{8}{3}\pi$ cm



【例 2】 如图，已知 $\odot O$ 的直径 $AB=12$，弦 $AC=10$，D 是 $\overset{\frown}{BC}$ 的中点，过点 D 作 $DE\perp AC$，交 AC 的延长线于点 E.

（1）求证：DE 是 $\odot O$ 的切线；

（2）求 AE 的长.

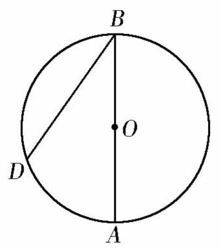
四、中考链接

1.（2018 · 黄石）如下页图，AB 是 $\odot O$ 的直径，点 D 为 $\odot O$ 上一点，且 $\angle ABD=30°$，$BO=4$，则 $\overset{\frown}{BD}$ 的长为（　　）

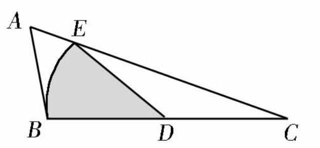
A. $\frac{2}{3}\pi$　　B. $\frac{4}{3}\pi$　　C. 2π　　D. $\frac{8}{3}\pi$

2.（2018·台湾）如图，△ABC中，D为BC的中点，以D为圆心，BD长为半径画一弧交AC于E点，若$\angle A=60^\circ$，$\angle B=100^\circ$，$BC=4$，则扇形BDE的面积为何？（　　）

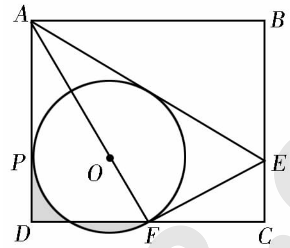
A. $\frac{1}{3}\pi$　　B. $\frac{2}{3}\pi$　　C. $\frac{4}{9}\pi$　　D. $\frac{5}{9}\pi$



（第1题图）



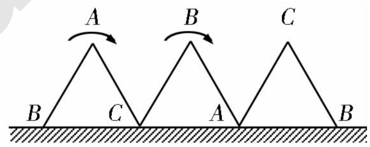
（第2题图）



（第3题图）

3.（2017·达州）如图，矩形$ABCD$中，E是BC上一点，连接AE，将矩形沿AE翻折，使点B落在CD边F处，连接AF，在AF上取点O，以O为圆心，OF长为半径作$\odot O$与AD相切于点P.若$AB=6$，$BC=3\sqrt{3}$，则下列结论：①F是CD的中点；②$\odot O$的半径是2；③$AE=\frac{9}{2}CE$；④$S_{阴影}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.其中正确结论的序号是__________.

4.（2018·陵城区）一块等边三角形的木板，边长为1，现将木板沿水平线翻滚（如图），那么B点从开始至结束所走过的路径长度为（　　）



A. $\frac{3\pi}{2}$　　B. $\frac{4\pi}{3}$

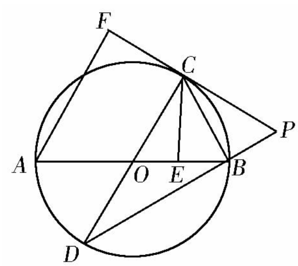
C. 4　　D. $2+\frac{3\pi}{2}$

5.（2017·广东）如图，AB是$\odot O$的直径，$AB=4\sqrt{3}$，点E为线段OB上一点（不与O，B重合），作$CE\perp OB$，交$\odot O$于点C，垂足为点E，作直径CD，过点C的切线交DB的延长线于点P，$AF\perp PC$于点F，连接CB.

（1）求证：CB是$\angle ECP$的平分线；

（2）求证：$CF=CE$；

（3）当$\frac{CF}{CP}=\frac{3}{4}$时，求劣弧$\overset{\frown}{BC}$的长度（结果保留$\pi$）.

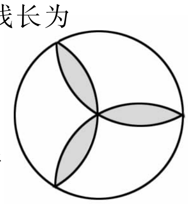


五、拓展训练

1. 已知圆锥的底面半径长为5，侧面展开后得到一个半圆，则该圆锥的母线长为（　　）

A. 2.5　　B. 5

C. 10　　D. 15

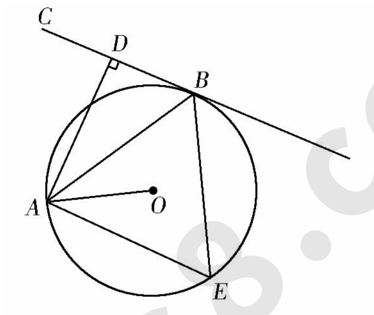


2. 用等分圆周的方法，在半径为1的图中画出如图所示图形，则图中阴影部分面积为__________.

3. 如图，AB 是 $\odot O$ 的弦，BC 切 $\odot O$ 于点 B，$AD \perp BC$ 垂足为 D，OA 是 $\odot O$ 的半径，且 $OA=3$.

(1) 求证：AB 平分 $\angle OAD$；

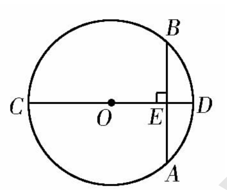
(2) 若点 E 是优弧 $\overset{\frown}{AEB}$ 上一点，且 $\angle AEB=60°$，求扇形 OAB 的面积（计算结果保留 π）.



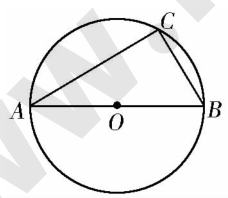
第 42 课时　与圆有关的证明

一、课前热身

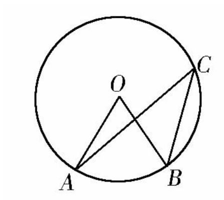
1. 如图，直径 $CD \perp AB$ 于 E，有以下结论：① $AE=BE$，② $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$，③ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BD}$，④ $OE=ED$. 其中正确的结论有________（填序号）.



（第 1 题图）



（第 2 题图）



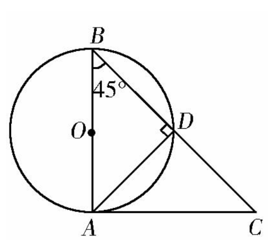
（第 3 题图）

2. 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，则 $\angle C$ 的度数为________.

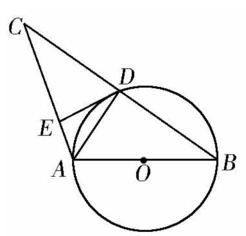
3. 如图，点 A,B,C 都在 $\odot O$ 上，若 $\angle C=34°$，则 $\angle AOB$ 的度数为________.

4. 如图，AB 是圆 O 的直径，AC 是圆 O 的切线，A 为切点，连接 BC 交圆 O 于点 D，连接 AD，若 $\angle ABC=45°$，则下列结论正确的是　（　　）

A. $AD=\frac{1}{2}BC$　　B. $AD=\frac{1}{2}AC$　　C. $AC>AB$　　D. $AD>DC$



（第 4 题图）



（第 5 题图）

5. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，$\odot O$ 交 BC 的中点于 D，$DE \perp AC$ 于 E，连接 AD，则下列结论：① $AD \perp BC$，② $\angle EDA=\angle B$，③ $OA=\frac{1}{2}AC$，④ DE 是 $\odot O$ 的切线. 其中正确的个数是　（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

二、知识要点

圆中的重要定理：

(1) 垂径定理：主要是用来证明弧相等、线段相等、垂直关系等等.

(2) 弧、弦、圆心角之间的关系定理：主要是用来证明弧相等、线段相等、圆心角相等.

(3) 圆周角性质定理及其推论：主要是用来证明直角、角相等、弧相等.

(4) 切线的性质定理：主要是用来证明垂直关系.

(5) 切线的判定定理：主要是用来证明直线是圆的切线.

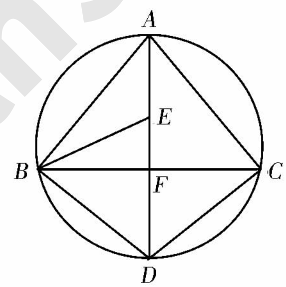
此外，全等三角形的性质与判定、相似三角形的性质与判定、等腰三角形的性质（“三线合一”）与判定等在圆中的证明和计算中经常用到.

三、典例精析

【例 1】 如图，AD 为 $\triangle ABC$ 外接圆的直径，$AD \perp BC$，垂足为点 F，$\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E，连接 BD，CD.

(1) 求证：$BD = CD$；

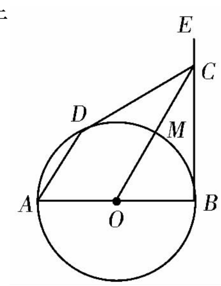
(2) 请判断 B、E、C 三点是否在以 D 为圆心，以 DB 为半径的圆上，并说明理由.



【例 2】 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，BC 切 $\odot O$ 于点 B，连接 OC 交 $\odot O$ 于点 M，弦 $AD \parallel OC$.

(1) 求证：点 M 是 $\overset{\frown}{BD}$ 的中点；

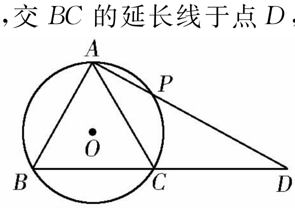
(2) 求证：CD 是 $\odot O$ 的切线.



【例 3】 如图，$\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$，过点 A 的直线交 $\odot O$ 于点 P，交 BC 的延长线于点 D，$AB^2 = AP \cdot AD$.

(1) 求证：$AB = AC$；

(2) 如果 $\angle ABC = 60^\circ$，$\odot O$ 的半径为 1，且 P 为弧 AC 的中点，求 AD 的长.

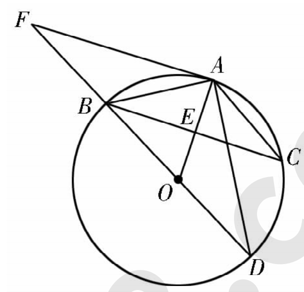


四、中考链接

1.(2019 • 贺州)如图，BD 是 $\odot O$ 的直径，弦 BC 与 OA 相交于点 E，AF 与 $\odot O$ 相切于点 A，交 DB 的延长线于点 F，$\angle F=30°$，$\angle BAC=120°$，$BC=8$.

(1) 求 $\angle ADB$ 的度数；

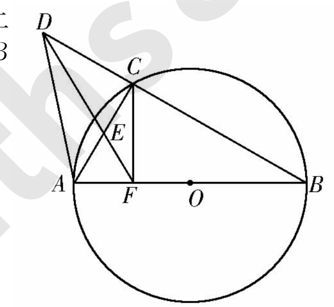
(2) 求 AC 的长度.



2.(2016 • 株洲)已知 AB 是半径为 1 的圆 O 的直径，C 是圆上一点，D 是 BC 延长线上一点，过 D 点的直线交 AC 于 E 点，交 AB 于 F 点，且 $\triangle AEF$ 为等边三角形.

(1) 求证：$\triangle DFB$ 是等腰三角形；

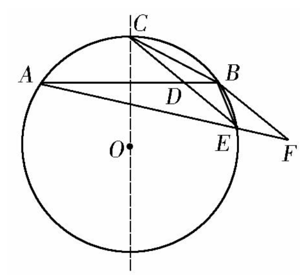
(2) 若 $DA=\sqrt{7}AF$，求证：$CF\perp AB$.



3.(2017 • 株洲)如图，AB 为 $\odot O$ 的一条弦，点 C 为劣弧 AB 的中点，E 为优弧 AB 上一点，点 F 在 AE 的延长线上，且 $BE=EF$，线段 CE 交弦 AB 于点 D.

(1) 求证：$CE\parallel BF$；

(2) 若 $BD=2$，且 $EA:EB:EC=3:1:\sqrt{5}$，求 $\triangle BCD$ 的面积(注：根据圆的对称性可知 $OC\perp AB$).



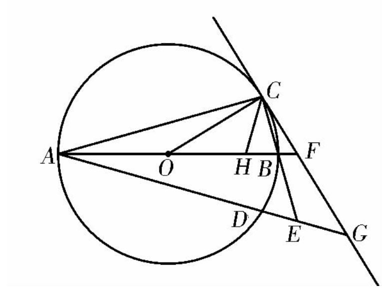
4.(2108 • 株洲)如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，$AB=8$，点 C 和点 D 是 $\odot O$ 上关于直线 AB 对称的两个点，连接 OC、AC，且 $\angle BOC<90°$，直线 BC 与直线 AD 相交于点 E，过点 C 作直线 CG 与线段 AB 的延长线相交于点 F，与直线 AD 相交于点 G，且 $\angle GAF=\angle GCE$.

(1) 求证：直线 CG 为 $\odot O$ 的切线；

(2) 若点 H 为线段 OB 上一点，连接 CH，满足 $CB=CH$.

① 求证：$\triangle CBH\backsim\triangle OBC$；

② 求 $OH+HC$ 的最大值.



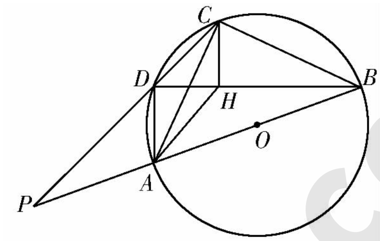
5.(2109·株洲)四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的圆内接四边形，线段 AB 是 $\odot O$ 的直径，连接 AC、BD，点 H 是线段 BD 上的一点，连接 AH、CH，且 $\angle ACH=\angle CBD$，$AD=CH$，BA 的延长线与 CD 的延长线相交于点 P.

(1) 求证：四边形 $ADCH$ 是平行四边形；

(2) 若 $AC=BC$，$PB=\sqrt{5}PD$，$AB+CD=2(\sqrt{5}+1)$.

① 求证：$\triangle DHC$ 为等腰直角三角形；

② 求 CH 的长度.

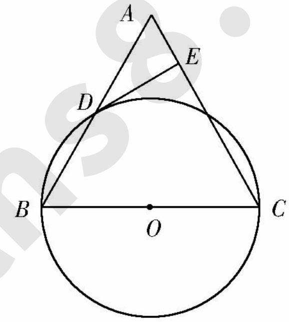


五、拓展训练

1. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，$BC=AC$，以 BC 为直径的 $\odot O$ 与边 AB 相交于点 D，$DE\perp AC$，垂足为点 E.

(1) 求证：点 D 是 AB 的中点；

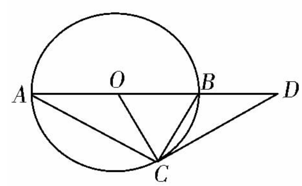
(2) 判断 DE 与 $\odot O$ 的位置关系，并证明你的结论.



2. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，$\angle A=30^\circ$，延长 OB 到 D 使 $BD=OB$.

(1) $\triangle OCB$ 是否是等边三角形？说明理由.

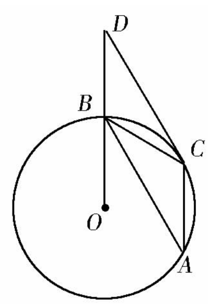
(2) 求证：DC 是 $\odot O$ 的切线.



3. 如图，已知 $\odot O$ 上 A、B、C 三点，$\angle BAC=30^\circ$，D 是 OB 延长线上的点，$\angle D=30^\circ$.

(1) 求证：DC 是 $\odot O$ 的切线；

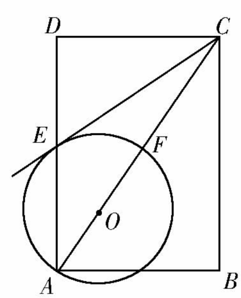
(2) 如果 $AC\parallel BD$，证明四边形 $ACDB$ 是平行四边形.



4. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 O 在对角线 AC 上，以 OA 的长为半径的圆 O 与 AD、AC 分别交于点 E、F，且 $\angle ACB=\angle DCE$.

(1) 判断直线 CE 与 $\odot O$ 的位置关系，并证明你的结论；

(2) 若 $\tan\angle ACB=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$BC=2$，求 $\odot O$ 的半径.



专题测试(七)

(时量:90 分钟　　分值:100 分)

一、选择题(每小题有且只有一个正确答案,本题共 8 小题,每小题 3 分,共 24 分)

1. 已知 AB 是 $\odot O$ 的弦,半径 $OA=2$,$\angle AOB=120^\circ$,则弦 AB 的长是 (　　)

A. $2\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. $3\sqrt{5}$

2. $\odot O$ 的半径为 10 cm,弦 $AB=12$ cm,则圆心到 AB 的距离为 (　　)

A. 2 cm　　B. 6 cm　　C. 8 cm　　D. 10 cm

3. 已知 $\odot O$ 的半径为 2,直线 l 上有一点 P 满足 $PO=2$,则直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系是 (　　)

A. 相切　　B. 相离　　C. 相离或相切　　D. 相切或相交

4. 如图,AB 是 $\odot O$ 的直径,若 $\angle BAC=35^\circ$,$AB\perp CD$,则 $\angle ADC$ 等于 (　　)

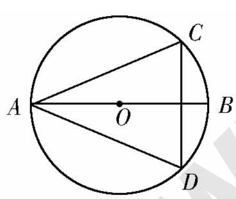
A. 35°　　B. 55°　　C. 70°　　D. 110°

5. 如果一个扇形的半径是 1,弧长是 $\frac{\pi}{3}$,那么此扇形的圆心角的大小为 (　　)

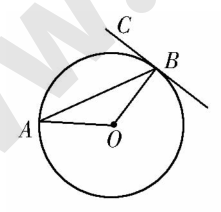
A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 90°

6. 如图,AB 是 $\odot O$ 的弦,BC 与 $\odot O$ 相切于点 B,连接 OA,OB. 若 $\angle ABC=70^\circ$,则 $\angle A$ 等于 (　　)

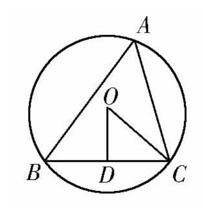
A. 15°　　B. 20°　　C. 30°　　D. 70°



(第 4 题图)



(第 6 题图)



(第 7 题图)

7. 如图,$\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$,$OD\perp BC$ 于 D,$\angle A=50^\circ$,则 $\angle OCD$ 的度数是 (　　)

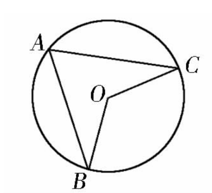
A. 40°　　B. 45°　　C. 50°　　D. 60°

8. $\triangle ABC$ 为 $\odot O$ 的内接三角形,若 $\angle AOC=160^\circ$,则 $\angle ABC$ 的度数是 (　　)

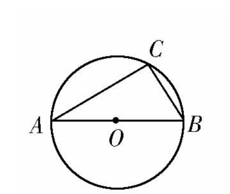
A. 80°　　B. 160°　　C. 100°　　D. 80° 或 100°

二、填空题(本题共 8 小题,每题 3 分,共 24 分)

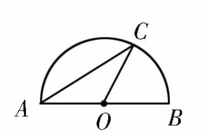
9. 如图,点 A,B,C 在圆 O 上,$\angle A=60^\circ$,则 $\angle BOC=$ ________.



(第 9 题图)



(第 10 题图)



(第 11 题图)

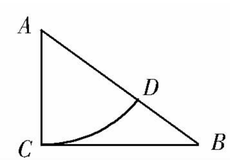
10. 如图,点 C 在以 AB 为直径的 $\odot O$ 上,$AB=10$,$\angle A=30^\circ$,则 BC 的长为________.

11. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，AC 是弦，若 $\angle ACO = 32°$，则 $\angle COB$ 的度数等于________.

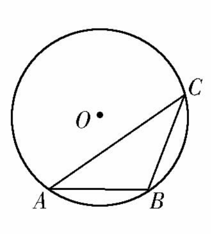
12. 如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB = 90°$，$AC = 3$，$BC = 4$，以点 A 为圆心，AC 长为半径画弧，交 AB 于点 D，则 $BD =$ ________.

13. 母线长为 3，底面圆的直径为 2 的圆锥的侧面积为________.

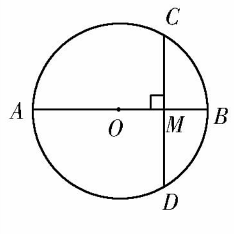
14. 如图，在半径为 5 的 $\odot O$ 中，弦 $AB = 6$，点 C 是优弧 $\overset{\frown}{AB}$ 上一点（不与 A，B 重合），则 $\cos C$ 的值为________.



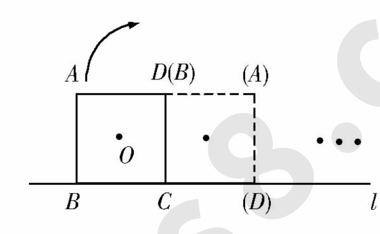
（第 12 题图）



（第 14 题图）



（第 15 题图）



（第 16 题图）

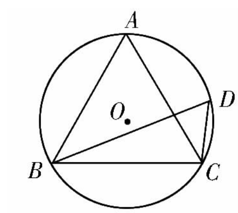
15. 如图，在 $\odot O$ 中，直径 $AB \perp$ 弦 CD 于点 M，$AM = 18$，$BM = 8$，则 CD 的长为________.

16. 如图，将边长为 $\sqrt{2}$ cm 的正方形 $ABCD$ 沿直线 l 向右翻动（不滑动），当正方形连续翻动 6 次后，正方形的中心 O 经过的路线长是________ cm.（结果保留 π）

三、解答题（本大题共 8 小题，共 52 分，要求有合理的推理和解答过程）

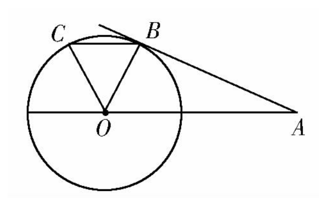
17.（本题满分 4 分）如图，在 $\odot O$ 中，$\angle ACB = \angle BDC = 60°$.

求证：$\triangle ABC$ 为等边三角形.



18.（本题满分 4 分）已知一块圆心角为 $300°$ 的扇形铁皮，用它做一个圆锥形的烟囱帽（接缝忽略不计），圆锥的底面圆的直径是 80 cm，求这块扇形铁皮的半径.

19.（本题满分 6 分）如图，$\odot O$ 的半径为 6 cm，直线 AB 是 $\odot O$ 的切线，切点为点 B，弦 $BC \parallel AO$，若 $\angle A = 30°$，求劣弧 $\overset{\frown}{BC}$ 的长.

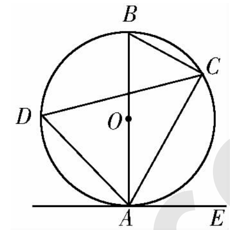


20.(本题满分 6 分)如图,已知 AB 是 $\odot O$ 的直径,点 C,D 在 $\odot O$ 上,点 E 在 $\odot O$ 外,$\angle EAC=\angle D=60°$.

(1)求 $\angle ABC$ 的度数;

(2)求证:AE 是 $\odot O$ 的切线;

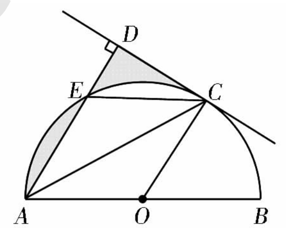
(3)当 $BC=4$ 时,求劣弧 $\overset{\frown}{AC}$ 的长.



21.(本题满分 6 分)如图,AB 是 $\odot O$ 的直径,C 是半圆 O 上的一点,AC 平分 $\angle DAB$,$AD\perp CD$,垂足为 D,AD 交 $\odot O$ 于 E,连接 CE.

(1)判断 CD 与 $\odot O$ 的位置关系,并证明你的结论;

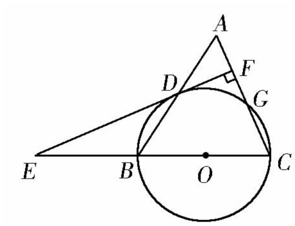
(2)若 E 是 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点,$\odot O$ 的半径为 1,求图中阴影部分的面积.



22.(本题满分 8 分)如图,等腰三角形 ABC 中,$AC=BC=10$,$AB=12$,以 BC 为直径作 $\odot O$ 交 AB 于点 D,交 AC 于点 G,$DF\perp AC$,垂足为 F,交 CB 的延长线于点 E.

(1)求证:直线 EF 是 $\odot O$ 的切线;

(2)求 $\cos\angle E$ 的值.

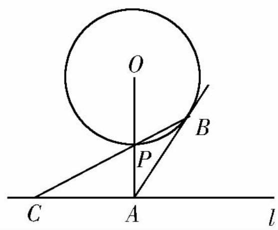


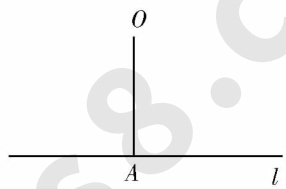
23.(本题满分 8 分)如图,已知直线 l 与 $\odot O$ 相离,$OA \perp l$ 于点 A,$OA = 5$,OA 与 $\odot O$ 相交于点 P,AB 与 $\odot O$ 相切于点 B,BP 的延长线交直线 l 于点 C.

(1) 试判断线段 AB 与 AC 的数量关系,并说明理由;

(2) 若 $PC = 2\sqrt{5}$,求 $\odot O$ 的半径和线段 PB 的长;

(3) 若在 $\odot O$ 上存在点 Q,使 $\triangle QAC$ 是以 AC 为底边的等腰三角形,求 $\odot O$ 的半径 r 的取值范围.





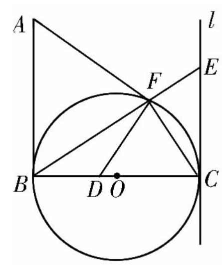
(备用图)

24.(本题满分 10 分)如图,已知 $\angle ABC = 90°$,$AB = BC$.直线 l 与以 BC 为直径的圆 O 相切于点 C.点 F 是圆 O 上异于 B,C 的动点,直线 BF 与 l 相交于点 E,过点 F 作 AF 的垂线 FD 交直线 BC 于点 D.

(1) 如果 $BE = 15$,$CE = 9$,求 EF 的长;

(2) 证明:①$\triangle CDF \backsim \triangle BAF$;②$CD = CE$;

(3) 探求动点 F 在什么位置时,相应的点 D 位于线段 BC 的延长线上,且使 $BC = \sqrt{3}CD$,请说明你的理由.

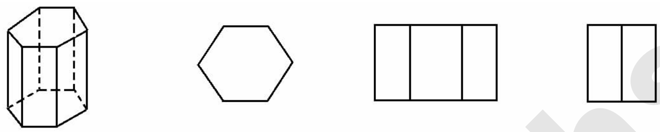


第九章　几何变换

第 43 课时　几何变换(一)

一、课前热身

1. 请将六棱柱的三视图名称填在相应的横线上.



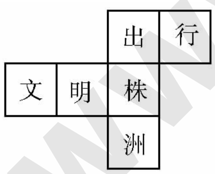
从正面看　________　________　________

2. 从不同方向看一只茶壶,你认为是俯视效果图的是　(　　)

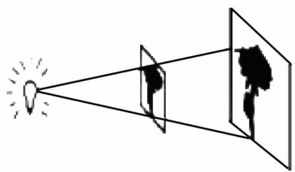
A　　B　　C　　D

3. 一个正方体的平面展开图如图所示,将它折成正方体后,与汉字"明"相对的面上的汉字是　(　　)

A. 株　　B. 洲　　C. 出　　D. 行



(第 3 题图)


(第 4 题图)

4. 如图,放映幻灯时,通过光源,把幻灯片上的图形放大到屏幕上,若光源到幻灯片的距离为 20 cm,到屏幕的距离为 60 cm,且幻灯片中的图形的高度为 6 cm,则屏幕上图形的高度为________cm.

二、知识要点

1. 投影

(1) 阳光下的影子为平行投影,在同一时刻两物体的影子应在同一方向上,并且物高与影长成正比.

(2) 灯光下的影子为中心投影,影子应在物体背对光的一侧.

2. 三视图

(1) 三视图:从正面看到的图形称为________;从上面看到的图形称为________;从左侧面看到的图形称为________.

(2) 画三视图方法:① 观察方向:正面、左侧面、上面;② 视图特点:________对正,

________平齐，________相等；③ 注意实线与虚线的画法.

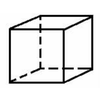
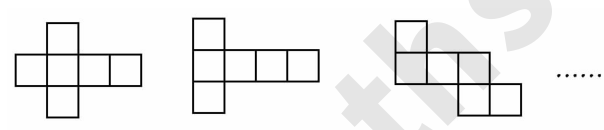
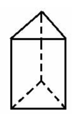
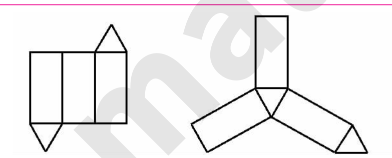
（3）常见几何体的三种视图：

几何体	主（正）视图	左视图	俯视图
圆柱	长方形	长方形	圆
圆锥	三角形	三角形	圆和圆心
球	圆	圆	圆

3. 位似

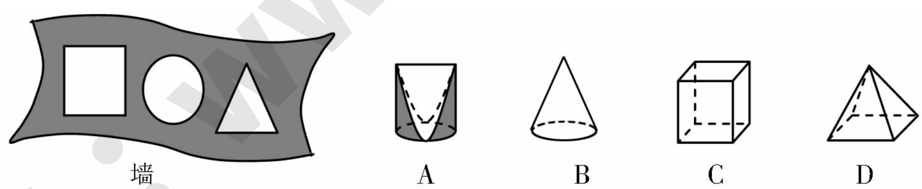
两个位似图形上每一对对应点都与位似中心在一条直线上，并且新图形与原图形上对应点到位似中心的距离之比等于________比.

4. 立体图形的平面展开图

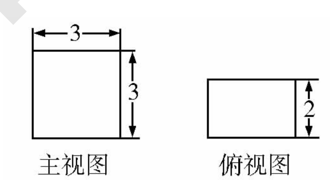
名称	几何体图形	平面展开图
正方体		
三棱柱		

三、典例精析

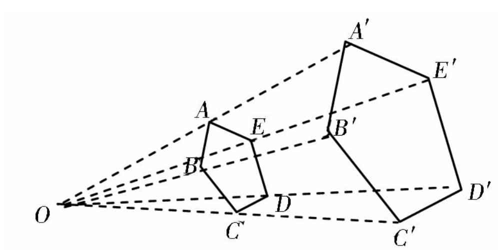
【例 1】 有一个几何体恰好无缝隙地以三个不同形状的“姿势”穿过“墙”上的三个空洞，则该几何体为　　（　　）



【例 2】 如图，这是一个长方体的主视图和俯视图，由图示数据（单位：cm）可以得出该长方体的体积是________cm^3.



（例 2 题图）

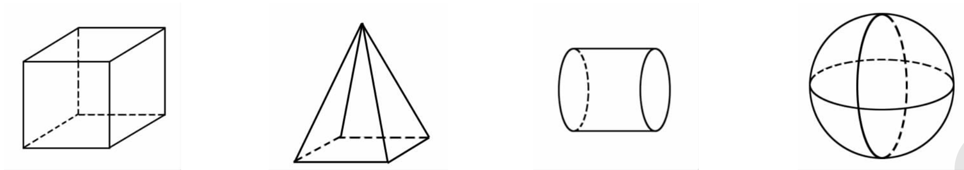


（例 3 题图）

【例 3】 如图，以点 O 为位似中心，将五边形 $ABCDE$ 放大后得到五边形 $A'B'C'D'E'$，已知 $OA=10\ \mathrm{cm}$，$OA'=20\ \mathrm{cm}$，则五边形 $ABCDE$ 的周长与五边形 $A'B'C'D'E'$ 的周长的比值是________. 若五边形 $ABCDE$ 的面积是 $6\ \mathrm{cm}^2$，则五边形 $A'B'C'D'E'$ 的面积是________.

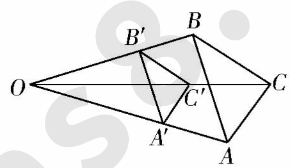
四、中考链接

1.(2018 · 泰州)下列几何体中,主视图与俯视图不相同的是　(　　)



A. 正方体　　B. 四棱锥　　C. 圆柱　　D. 球

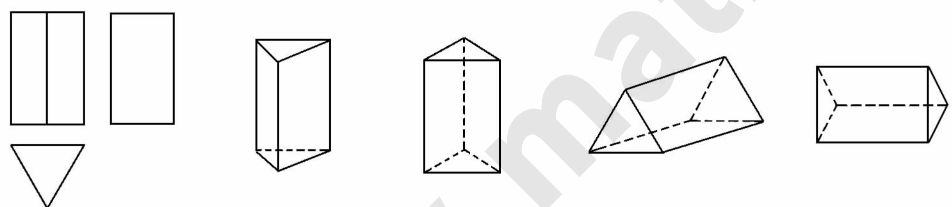
2.(2017 · 绥化)如图,$\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 在点 O 为位似中心经过位似变换得到的,若 $\triangle A'B'C'$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积比是 $4:9$,则 $OB':OB$ 为　(　　)



A. $2:3$　　B. $3:2$

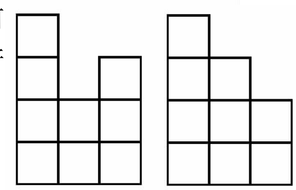
C. $4:5$　　D. $4:9$

3.(2016 · 德州)图中三视图对应的正三棱柱是　(　　)



A　　B　　C　　D

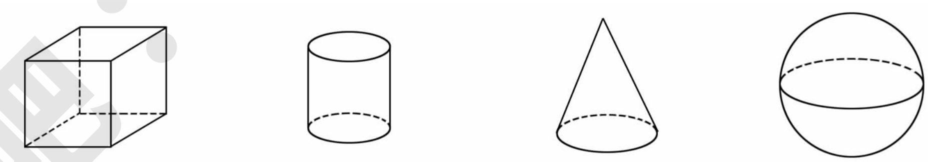
4.(2018 · 青岛)一个由 16 个完全相同的小立方块搭成的几何体,其最下面一层摆放了 9 个小立方块,它的主视图和左视图如图所示,那么这个几何体的搭法共有________种.



主视图　　左视图

五、拓展训练

1.下列几何体中,有一个几何体的俯视图的形状与其他三个不一样,这个几何体是(　　)



A. 正方体　　B. 圆柱　　C. 圆锥　　D. 球

2.下列四个图形中,是三棱柱的平面展开图的是　(　　)

A　　B　　C　　D

3.正方形的正投影不可能是　(　　)

A. 线段　　B. 矩形　　C. 正方形　　D. 梯形

第 44 课时　几何变换(二)

一、课前热身

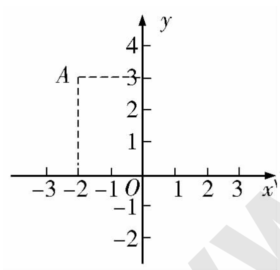
1. 下列既是轴对称图形又是中心对称图形的是　　　　(　　)

2. 如图，在平面直角坐标系中，将点 $A(-2,3)$ 向右平移 3 个单位长度后，那么平移后对应的点 A' 的坐标是　　　　(　　)

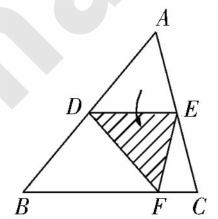
A. $(-2,-3)$　　　　B. $(-2,6)$

C. $(1,3)$　　　　D. $(-2,1)$

3. 如图，D、E 为 $\triangle ABC$ 两边 AB、AC 的中点，将 $\triangle ABC$ 沿线段 DE 折叠，使点 A 落在 BC 上的点 F 处，若 $\angle B=55^\circ$，则 $\angle BDF=$ ________.



（第 2 题图）



（第 3 题图）

二、知识要点

1. 平移、轴对称和旋转都不改变图形的形状和大小.

2. 图形的三种几何变换

(1) 平移性质：对应点所连的线段平行(或在同一条直线上) 且相等；对应线段平行(或在同一条直线上) 且相等，对应角相等.

(2) 旋转的性质：对应点到旋转中心的距离相等，对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角，旋转前、后的图形全等.

(3) 轴对称性质：对称轴是对称点连接起来的线段的垂直平分线；对应线段(或延长线) 的交点在对称轴上.

3. 轴对称图形及中心对称图形区别

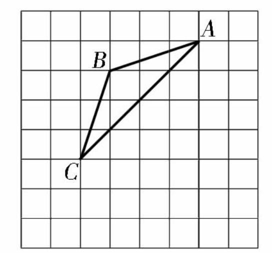
轴对称图形：一个图形沿某直线折叠后直线两旁的部分互相重合.

中心对称图形：一个图形绕着某一点旋转 180 度后能与自身重合.

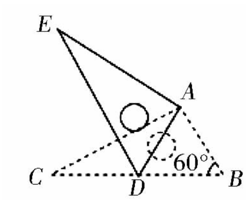
三、典例精析

【例 1】 如图，如果把 $\triangle ABC$ 的顶点 A 先向下平移 3 格，再向左平移 1 格到达 A' 点，连接 $A'B$，则线段 $A'B$ 与线段 AC 的关系是 （　　）

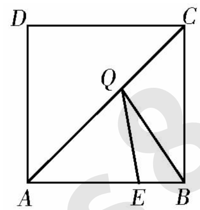
A. 垂直　　B. 相等　　C. 平分　　D. 平分且垂直



（例 1 题图）



（例 2 题图）



（例 3 题图）

【例 2】 如图，将 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针旋转一定角度得到 $\mathrm{Rt}\triangle ADE$，点 B 的对应点 D 恰好落在 BC 边上. 若 $AC=\sqrt{3}$，$\angle B=60°$，则 CD 的长为 （　　）

A. 0.5　　B. 1.5　　C. $\sqrt{2}$　　D. 1

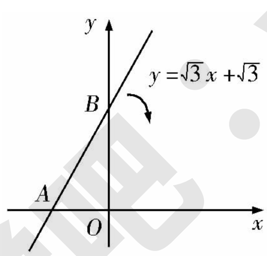
【例 3】 如图，在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 中，E 是 AB 边上的一点，且 $AE=3$，点 Q 为对角线 AC 上的动点，则 $\triangle BEQ$ 周长的最小值为________.

四、中考链接

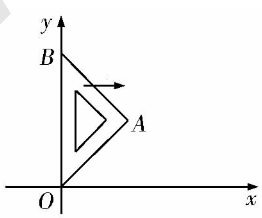
1.（2018·资阳）下列图形具有两条对称轴的是 （　　）

A. 等边三角形　　B. 平行四边形　　C. 矩形　　D. 正方形

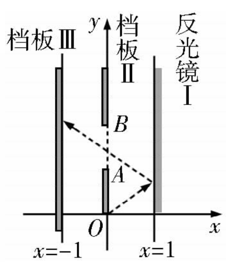
2.（2017·株洲）如图，直线 $y=\sqrt{3}x+\sqrt{3}$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A、B，当直线绕点 A 按顺时针方向旋转到与 x 轴首次重合时，点 B 运动的路径的长度是________.



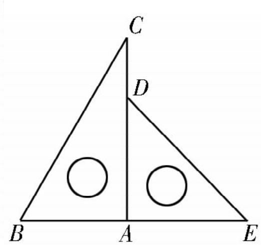
（第 2 题图）



（第 3 题图）



（第 4 题图）



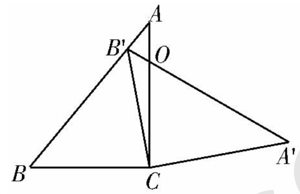
（第 5 题图）

3.（2018·株洲）如图，O 为坐标原点，$\triangle OAB$ 是等腰直角三角形，$\angle OAB=90°$，点 B 的坐标为 $(0,2\sqrt{2})$，将该三角形沿 x 轴向右平移得到 $\mathrm{Rt}\triangle O'A'B'$，此时点 B' 的坐标为 $(2\sqrt{2},2\sqrt{2})$，则线段 OA 在平移过程中扫过部分的图形面积为____________.

4.（2019·株洲）如图所示，在平面直角坐标系 Oxy 中，在直线 $x=1$ 处放置一个反光镜Ⅰ，在 y 轴处放置一个有缺口的挡板Ⅱ，缺口为线段 AB，其中点 $A(0,1)$，点 B 在点 A 上方，且 $AB=1$，在直线 $x=-1$ 处放置一个挡板Ⅲ，从点 O 发出的光线经反光镜Ⅰ反射后，通过缺口 AB 照射在挡板Ⅲ上，则落在挡板Ⅲ上光线的长度为____________.

5.（2019·广州）一副三角板如图放置，将三角板 ADE 绕点 A 逆时针旋转 $\alpha(0°<\alpha<90°)$，使得三角板 ADE 的一边所在的直线与 BC 垂直，则 α 的度数为________.

6.（2016·株洲）如图，在三角形 ABC 中，$\angle ACB=90°$，$\angle B=50°$，将此三角形绕点 C 沿顺时针方向旋转后得到三角形 $A'B'C$，若 B' 恰好落在线段 AB 上，AC、$A'B'$ 交于 O 点，则 $\angle COA'$ 的度数是（　　）



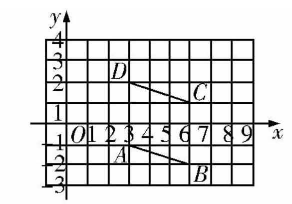
A. 50°　　B. 60°

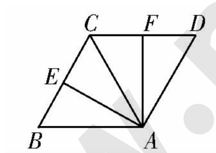
C. 70°　　D. 80°

五、拓展训练

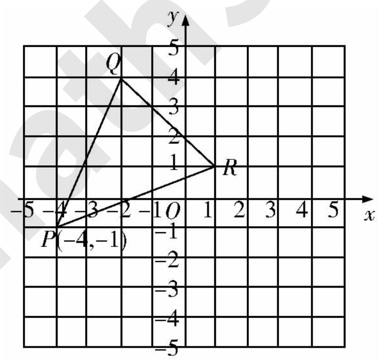
1. 如图，将四边形 $ABCD$ 先向左平移 3 个单位，再向上平移 2 个单位，那么点 A 的对应点 A' 的坐标是（　　）

A. (6,1)　　B. (0,1)　　C. (0,－3)　　D. (6,－3)


（第 1 题图）



（第 2 题图）



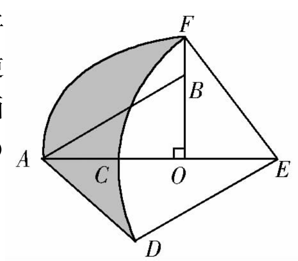
（第 3 题图）

2. 如图，将等边 $\triangle ABC$ 绕顶点 A 顺时针方向旋转，使边 AB 与 AC 重合得 $\triangle ACD$，BC 的中点 E 的对应点为 F，则 $\angle EAF$ 的度数是________.

3. 如图，将 $\triangle PQR$ 向右平移 2 个单位长度，再向下平移 3 个单位长度，则顶点 P 平移后的坐标是（　　）

A. (－2,－4)　　B. (－2,4)　　C. (2,－3)　　D. (－1,－3)

4. 如图，在 $Rt\triangle AOB$ 中，$\angle AOB=90°$，$OA=3$，$OB=2$，将 $Rt\triangle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转 $90°$ 后得 $Rt\triangle FOE$，将线段 EF 绕点 E 逆时针旋转 $90°$ 后得线段 ED，分别以 O，E 为圆心，OA、ED 长为半径画弧 AF 和弧 DF，连接 AD，则图中阴影部分面积是（　　）



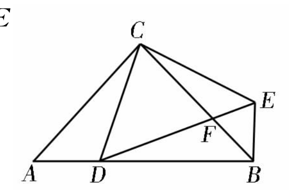
A. π　　B. $\pi-\sqrt{3}$

C. $3+\pi$　　D. $8-\pi$

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，D 是 AB 边上一点（点 D 与 A，B 不重合），连接 CD，将线段 CD 绕点 C 按逆时针方向旋转 $90°$ 得到线段 CE，连接 DE

(1) 求证：$\triangle ACD\cong\triangle BCE$；

(2) 当 $AD=BF$ 时，求 $\angle BEF$ 的度数.



第十章 概率与统计

第45课时 数据分析(一)

一、课前热身

1. 某地区有8所高中和22所初中，要了解该地区学生的视力情况，下列抽样方式获得的数据最能反映该地区中学生视力情况的是 ( )

A. 从该地区随机选取一所中学里的学生

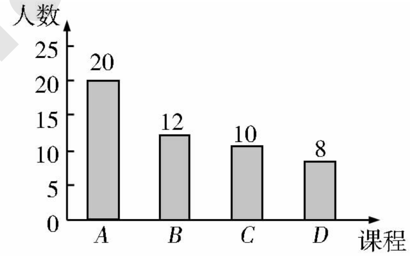
B. 从该地区30所中学里随机选取800名学生

C. 从该地区一所高中和一所初中各选取一个年级的学生

D. 从该地区的22所初中里随机选取400名学生

2. 为了了解我市九年级学生中考数学成绩，从所有考生的试卷中抽取1 000份试卷进行统计分析，在这个问题中，样本是被抽取的1 000名学生中考数学成绩，总体是________，个体是________；样本是________；样本容量是________.

3. 某学校计划开设A、B、C、D四门课程供全体学生选修，规定每人必须并且只能选修其中一门，为了了解各门课程的选修人数. 现从全体学生中随机抽取了部分学生进行调查，并把调查结果绘制成如图所示的条形统计图. 已知该校全体学生人数为1 200名，由此可以估计选修C课程的学生有________人.



二、知识要点

1. 在调查中所要考察的对象________称为总体，而组成总体的________称为个体. ________叫做总体的一个样本；样本中的________叫做样本容量.

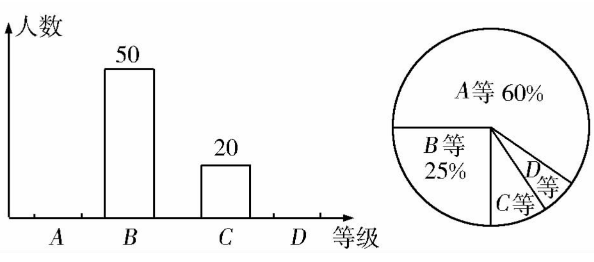
2. 收集数据的常用方式：________和________.

3. 数据统计中的重要思想方法是________，为了获得较准确的调查结果，抽样调查时要注意样本的________和________.

4. 常用的三种统计图的特点：________统计图，能够显示具体数据，易于比较数据之间的差别；________统计图，易于显示数据相对总数比例；________统计图，易于显示数据的变化趋势.

三、典例精析

【例1】 为积极响应南充市创建“全国卫生城市”的号召，某校1 500名学生参加了卫生知识竞赛，成绩记为A、B、C、D四等. 从中随机抽取了部分学生成绩进行统计，绘制成如图两幅不完整的统计图表，根



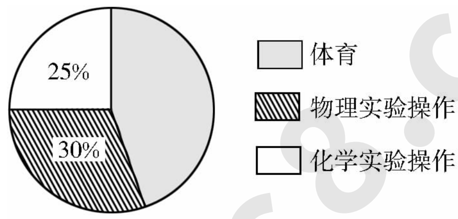
据图表信息，以下说法不正确的是　　　　（　　）

A. 样本容量是 200　　　　B. D 等所在扇形的圆心角为 15°

C. 样本中 C 等所占百分比是 10%　　　　D. 估计全校学生成绩为 A 等大约有 900 人

【例 2】 某市对初三年级学生的体育、物理实验操作、化学实验操作成绩进行抽样调查，成绩评定为 A,B,C,D 四个等级．现抽取这三种成绩共 1 000 份进行统计分析，其中 A,B,C,D 分别表示优秀，良好，合格，不合格四个等级．相关数据统计如下表及图所示．

等级 人数 科目	A	B	C	D
物理实验操作	120	______	90	20
化学实验操作	90	110	30	______
体育	______	140	160	27



(1) 请将上表补充完整(直接填数据，不写解答过程)．

(2) 某市共有 40 000 名学生参加测试，试估计该市初三年级学生化学实验操作合格及合格以上大约有多少人；

(3) 在这 40 000 名学生中，体育成绩不合格的大约有多少人？

四、中考链接

1. (2017・通辽) 空气是混合物，为直观介绍空气各成分的百分比，最适合用的统计图是　　（　　）

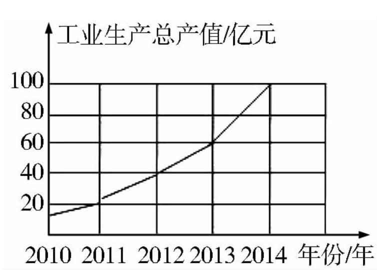
A. 折线图　　B. 条形图　　C. 直观图　　D. 扇形图

2. (2017・株洲) 株洲市展览馆某天四个时间段的进出馆人数统计如下表，则馆内人数变化最大的时间段是　　（　　）

	9:00—9:30	10:00—10:30	14:00—14:30	15:00—15:30
进馆人数	50	24	55	32
出馆人数	30	65	28	45

A. 9:00—9:30　　B. 10:00—10:30　　C. 14:00—14:30　　D. 15:00—15:30

3. (2017・呼和浩特) 如图，是根据某市 2010 年至 2014 年工业生产总值绘制的折线统计图，观察统计图获得以下信息，其中信息判断错误的是　　（　　）



A. 2010 年至 2014 年间工业生产总值逐年增加

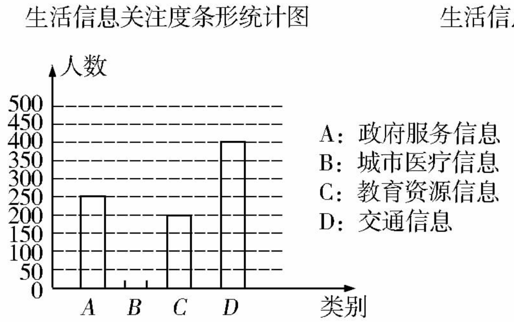
B. 2014 年的工业生产总值比前一年增加了 40 亿元

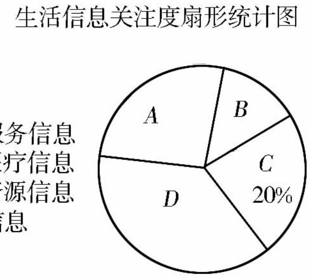
C. 2012 年与 2013 年每一年与前一年比，其增长额相同

D. 从 2011 年至 2014 年，每一年与前一年比，2014 年的增长率最大

4. (2017・遵义) 贵州省是我国首个大数据综合试验区，大数据在推动经济发展、改善公共服务等方面日益显示出巨大的价值，为创建大数据应用示范城市，我市某机构针对市民最关心的四类生活信息进行了民意调查(被调查者每人限选一项)，下面是部分四类生活信息关注度

统计图表，请根据图中提供的信息解答下列问题：





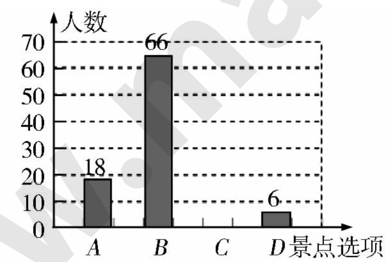
(1) 本次参与调查的人数有________人；

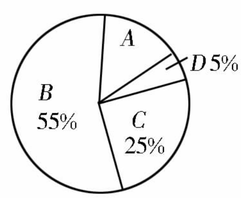
(2) 关注城市医疗信息的有________人，并补全条形统计图；

(3) 扇形统计图中，D 部分的圆心角是________度；

(4) 说一条你从统计图中获取的信息.

5.（2017 · 张家界）为了丰富同学们的课余生活，某学校计划举行"亲近大自然"户外活动，现随机抽取了部分学生进行主题为"你最想去的景点是？"的问卷调查，要求学生必须从"A(洪家关)，B(天门山)，C(大峡谷)，D(黄龙洞)"四个景点中选择一项，根据调查结果，绘制了如右上两幅不完整的统计图.





请你根据图中所提供的信息，完成下列问题：

(1) 本次调查的学生人数为________；

(2) 在扇形统计图中，"天门山"部分所占圆心角的度数为________；

(3) 请将两个统计图补充完整；

(4) 若该校共有 2 000 名学生，估计该校最想去大峡谷的学生人数为________.

五、拓展训练

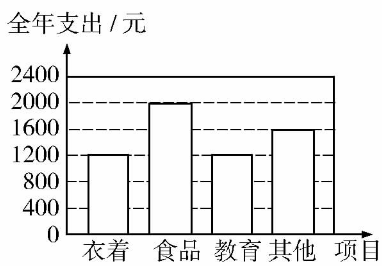
1. 右图是甲、乙两户居民家庭全年各项支出的统计图. 根据统计图，下列对两户教育支出占全年总支出的百分比作出的判断中，正确的是　　（　　）

A. 甲户比乙户大

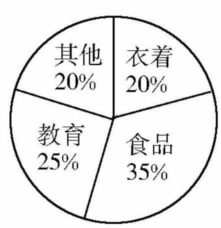
B. 乙户比甲户大

C. 甲、乙两户一样大

D. 无法确定哪一户大



甲



乙

2. 国家规定“中小学生每天在校体育活动时间不低于 1 小时”. 为此，某市就“你每天在校体育活动时间是多少”的问题随机调查了辖区内 300 名初中生. 根据调查结果绘制成的统计图(部分)如图所示，其中分组情况是：

A 组：$t<0.5$ h；B 组：0.5 h $\leqslant t<1$ h

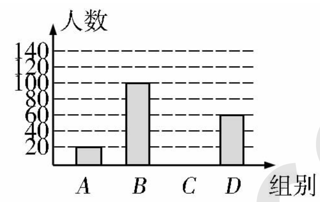
C 组：1 h $\leqslant t<1.5$ h；D 组：$t\geqslant 1.5$ h

请根据上述信息解答下列问题：

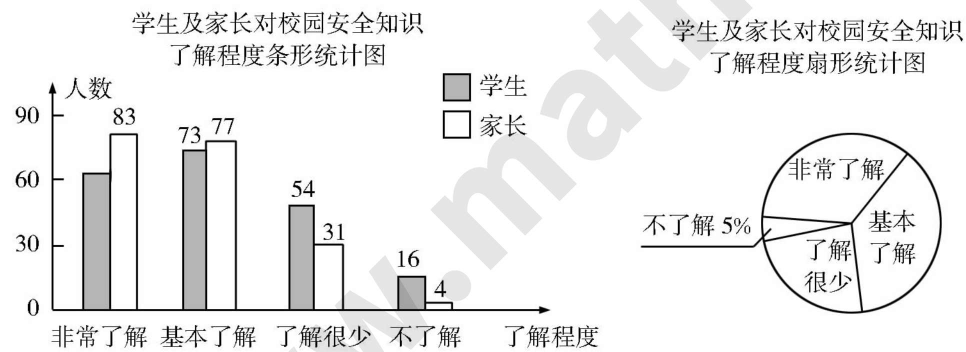
(1) C 组的人数是________；

(2) 本次调查数据的中位数落在________组内；

(3) 若该辖区约有 24 000 名初中学生，请你估计其中达国家规定体育活动时间的人约有多少.



3. “校园安全”受到全社会的广泛关注，某校政教处对部分学生及家长就校园安全知识的了解程度，进行了随机抽样调查，并绘制成如图所示的两幅统计图，请根据统计图中的信息，解答下列问题：



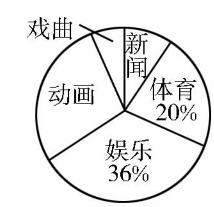
(1) 参与调查的学生及家长共有________人；

(2) 在扇形统计图中，“基本了解”所对应的圆心角的度数是________°；

(3) 在条形统计图中，“非常了解”所对应的学生人数是________人；

4. (2016·泸州) 为了解某地区七年级学生对新闻、体育、动画、娱乐、戏曲五类电视节目的喜爱情况，从该地区随机抽取部分七年级学生作为样本，采用问卷调查的方法收集数据(参与问卷调查的每名同学只能选择其中一类节目)，并调查得到的数据用下面的表和扇形图来表示(表、图都没制作完成)

节目类型	新闻	体育	动画	娱乐	戏曲
人数 / 人	36	90	a	b	27



根据表、图提供的信息，解决以下问题：

(1) 计算出表中 a、b 的值；

(2) 求扇形统计图中表示“动画”部分所对应的扇形的圆心角度数；

(3) 若该地区七年级学生共有 47 500 人，试估计该地区七年级学生中喜爱“新闻”类电视节目的学生有多少人？

第46课时 数据分析(二)

一、课前热身

1. 在校园歌手大赛中，七位评委对某名歌手的打分如下：9.8，9.5，9.7，9.6，9.5，9.5，9.6，则这组数据的平均数是________.

2. 百货商场对上周女装的销售情况进行了统计，如下表所示：

颜色	黄色	绿色	白色	紫色	红色
数量 / 件	100	180	220	80	550

经理决定本周进女装时多进一些红色的，能解释这一现象的统计知识是 ( )

A. 平均数　　B. 中位数　　C. 众数　　D. 方差

3. 某班七个合作学习小组人数如下：4，5，5，x，6，7，8，已知这组数据的平均数是6，则这组数据的中位数是 ( )

A. 5　　B. 5.5　　C. 6　　D. 7

二、知识要点

1. 数据的集中趋势

(1) 平均数：

①$x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的平均数 $\bar{x}$ = ________；

② 加权平均数：若 n 个数 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的权分别是 $f_1, f_2, \cdots, f_n$，则________________叫做这 n 个数的加权平均数.

(2) 众数：一组数据中出现次数________的数据.

(3) 中位数：将一组数据按照由________到________(或由大到小)的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于________位置的数据是这组数据的中位数；如果数据的个数是偶数，则中间两个数据的________是这组数据的中位数.

(4) 众数、中位数与平均数从不同的角度描述了一组数据的集中趋势.

2. 数据的波动

(1) 方差：一组数据 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$，则这组数据的方差 s^2 = ________.

(2) 方差越大，数据的波动________；方差越小，数据的波动________.

三、典例精析

【例1】 某市5月下旬11天中日最高气温统计如下表：

日期	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
最高气温(℃)	22	22	20	23	22	25	27	30	26	24	27

则这11天某市日最高气温的众数和中位数分别是 ( )

A. 22，25　　B. 22，24　　C. 23，24　　D. 23，25

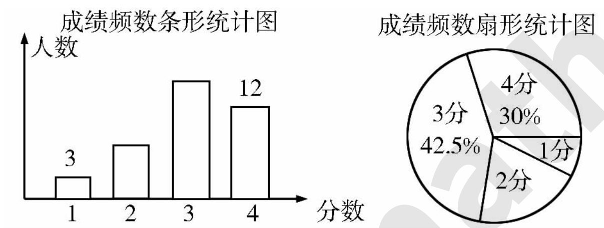
【例 2】 (1) 甲、乙、丙、丁四位同学五次数学测验成绩统计如下表. 如果从这四位同学中，选出一位成绩较好且状态稳定的同学参加全国数学联赛，那么应选 (　　)

	甲	乙	丙	丁
平均数	80	85	85	80
方　差	42	42	54	59

A. 甲　　B. 乙　　C. 丙　　D. 丁

(2) 某招聘考试分笔试和面试两种，其中笔试按 60%、面试按 40% 计算加权平均数，作为总成绩. 孔明笔试成绩 90 分，面试成绩 85 分，那么孔明的总成绩是________分.

【例 3】 对某校八年级随机抽取若干名学生进行体能测试，成绩记为 1 分，2 分，3 分，4 分 4 个等级，将调查结果绘制成如下条形统计图和扇形统计图. 根据图中信息，这些学生的平均分数是 (　　)



A. 2.25　　B. 2.5　　C. 2.95　　D. 3

四、中考链接

1. (2017 · 连云港) 小广，小娇分别统计了自己近 5 次数学测试成绩，下列统计量中能用来比较两人成绩稳定性的是 (　　)

A. 方差　　B. 平均数　　C. 众数　　D. 中位数

2. (2017 · 枣庄) 如表记录了甲、乙、丙、丁四名跳高运动员最近几次选拔赛成绩的平均数与方差：

	甲	乙	丙	丁
平均数(cm)	185	180	185	180
方差	3.6	3.6	7.4	8.1

由表中数据，要从中选择一名成绩好且发挥稳定的运动员参加比赛，应该选择 (　　)

A. 甲　　B. 乙　　C. 丙　　D. 丁

3. (2019 · 株洲) 若一组数据 x, 3, 1, 6, 3 的中位数和平均数相等，则 x 的值为 (　　)

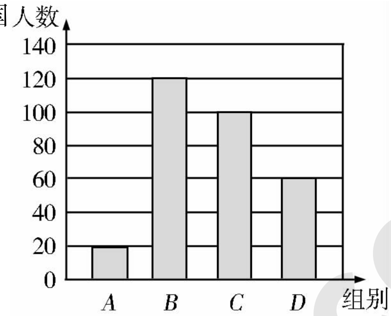
A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

4. (2017 · 达州) 国家规定，中、小学生每天在校体育活动时间不低于 1 h. 为此，某区就“你每天在校体育活动时间是多少”的问题随机调查了辖区内 300 名初中学生. 根据调查结果绘制成的统计图如图所示，其中 A 组为 $t<0.5$ h，B 组为 $0.5\text{ h}\leqslant t<1$ h，C 组为 $1\text{ h}\leqslant t<1.5$ h，D 组为 $t\geqslant 1.5$ h.

请根据上述信息解答下列问题：

(1) 本次调查数据的众数落在________组内，中位数落在________组内；

(2) 该辖区约有 18 000 名初中学生，请你估计其中达到国家规定体育活动时间的人数.



五、拓展训练

1. 某外贸公司要出口一批食品罐头，标准质量为每听 454 克，现抽去 10 听样品进行检测，它们的质量与标准质量的差值(单位：克)如下，−10，+5，0，0，+5，0，0，−5，0，+5，+10. 则这 10 听罐头质量的平均数及众数为 ( )

A. 454，454 B. 455，454 C. 454，459 D. 455，0

2. 为迎接“义务教育均衡发展”检查，我市抽查了某校七年级 8 个班的班额人数，抽查数据统计如下：52，49，56，54，52，51，55，54，这组数据的众数是 ( )

A. 52 和 54 B. 52 C. 53 D. 54

3. 在植树节当天，某校一个班同学分成 10 个小组参加植树造林活动，10 个小组植树的株数见下表：

植树株数(株)	5	6	7
小组个数	3	4	3

则这 10 个小组植树株数的方差是________.

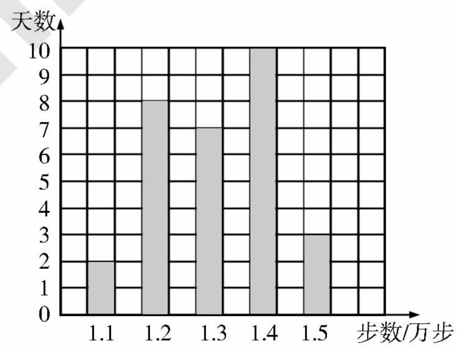
4. 赵老师是一名健步走运动的爱好者，她用手机软件记录了某个月(30 天)每天健步走的步数(单位：万步)，将记录结果绘制成了如图所示的统计图. 在每天所走的步数这组数据中，众数和中位数分别是 ( )

A. 1.2，1.3

B. 1.4，1.3

C. 1.4，1.35

D. 1.3，1.3



5. 甲、乙两人在 5 次打靶测试中命中的环数如下：

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次
甲	8	8	7	8	9
乙	5	9	7	10	9

(1) 填写下表：

	平均数	众数	中位数	方差
甲	8	________	8	0.4
乙	________	9	________	3.2

(2) 教练根据这 5 次成绩，选择甲参加射击比赛，教练的理由是什么？

(3) 如果乙再射击 1 次，命中 8 环，那么乙的射击成绩的方差________(填“变大”“变小”或“不变”).

第 47 课时　概率(一)

一、课前热身

1. 下列事件为必然事件的是　　　　(　　)

A. 小王参加本次数学考试，成绩是 150 分

B. 某射击运动员射靶一次，正中靶心

C. 打开电视机，CCTV 第一套节目正在播放新闻

D. 口袋中装有 2 个红球和 1 个白球，从中摸出 2 个球，其中必有红球

2. 在英语句子"Wish you success!"(祝你成功!)中任选一个字母，这个字母为"s"的概率是________.

3. 如图，有四张背面相同的纸牌 A、B、C、D，其正面分别画有正三角形、圆、平行四边形和正五边形. 小明将这四张纸牌背面朝上洗匀后随机摸出一张，则摸出的图形是中心对称图形的概率是________.

二、知识要点

1. 在整理数据时，往往要把数据分成若干组，而各小组的________叫该组的频数，________叫该组的频率，各小组的频率之和等于________.

2. 必然事件与不可能事件都是________事件，而不确定事件是指____________事件.

3. 概率是指：______________________.

4. 必然事件的概率为________. 不可能事件的概率为________.

5. 频率与概率：在相同条件下，当试验的次数很大时某个事件发生的频率________，此时可通过试验用一个事件的________来估计这一事件的概率.

6. 一个事件发生的频率接近于概率，还须有________的试验次数，只有________重复试验时的频率，才能作为事件发生的________，不能说频率等于________. 频率是通过试验得到的数据，而概率是理论上事件发生的可能性.

三、典例精析

【例 1】 下列事件中是必然事件的是　　　　(　　)

A. 明天太阳从西边升起

B. 篮球队员在罚球线上投篮一次，未投中

C. 实心铁球投入水中会沉入水底

D. 抛出一枚硬币，落地后正面朝上

【例 2】 在一个密闭不透明的袋子里有若干个白球. 为估计白球个数，小何向其中投入 8 个

黑球，搅拌均匀后随机摸出一个球，记下颜色，再把它放入袋中，不断重复摸球 400 次，其中 88 次摸到黑球，则估计袋中大约有白球 （　　）

A. 18 个　　B. 28 个　　C. 36 个　　D. 42 个

【例 3】 我市通过网络投票选出了一批"最有孝心的美少年". 根据各县市区的入选结果制作出如下统计表，后来发现，统计表中前三行的所有数据都是正确的，后三行中有一个数据是错误的. 请回答下列问题：

(1) 统计表中 $a=$ ________，$b=$ ________；

(2) 统计表后三行中哪一个数据是错误的？该数据的正确值是多少？

(3) 株洲市决定从来自炎陵县的 4 位"最有孝心的美少年"中，任选两位作为市级形象代言人. A、B 是炎陵县"最有孝心的美少年"中的两位，问 A、B 同时入选的概率是多少？

区域	频数	频率
炎陵县	4	a
茶陵县	5	0.125
攸县	b	0.15
醴陵市	8	0.2
株洲县	5	0.125
株洲市城区	12	0.25

四、中考链接

1. (2018·株洲) 从 -5，$-\frac{10}{3}$，$-\sqrt{6}$，-1，0，2，π 这七个数中随机抽取一个数，恰好为负整数的概率为 （　　）

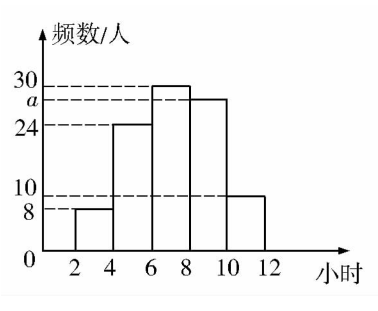
A. $\frac{2}{7}$　　B. $\frac{3}{7}$　　C. $\frac{4}{7}$　　D. $\frac{5}{7}$

2. (2016·武汉) 不透明的袋子中装有形状、大小、质地完全相同的 6 个球，其中 4 个黑球、2 个白球，从袋子中一次摸出 3 个球，下列事件是不可能事件的是 （　　）

A. 摸出的是 3 个白球　　B. 摸出的是 3 个黑球

C. 摸出的是 2 个白球、1 个黑球　　D. 摸出的是 2 个黑球、1 个白球

3. (2016·德州) 某校为了解全校同学五一假期参加社团活动的情况，抽查了 100 名同学，统计它们假期参加社团活动的时间，绘成频数分布直方图（如图），则参加社团活动时间的中位数所在的范围是 （　　）



A. 4 ～ 6 小时

B. 6 ～ 8 小时

C. 8 ～ 10 小时

D. 不能确定

4. (2016·毕节) 为了提高学生书写汉字的能力，增强保护汉字的意识，某校举办了首届"汉字听写大赛"，学生经选拔后进入决赛，测试同时听写 100 个汉字，每正确听写出一个汉字得 1 分，本次决赛，学生成绩为 x（分），且 $50 \leqslant x < 100$，将其按分数段分为五组，绘制出以下不完整表格：

组别	成绩 x(分)	频数(人)	频率
一	$50 \leqslant x < 60$	2	0.04
二	$60 \leqslant x < 70$	10	0.2
三	$70 \leqslant x < 80$	14	b
四	$80 \leqslant x < 90$	a	0.32
五	$90 \leqslant x < 100$	8	0.16

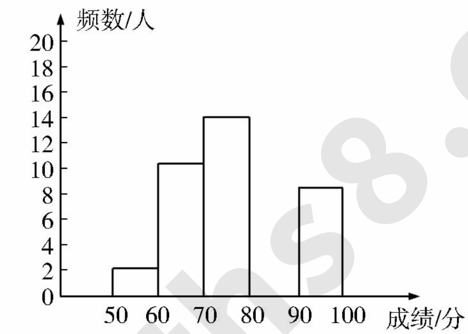
请根据表格提供的信息,解答以下问题:

(1) 本次决赛共有________名学生参加;

(2) 直接写出表中 $a=$________,$b=$________;

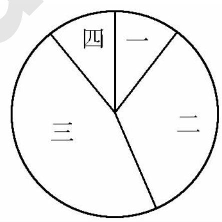
(3) 请补全右边相应的频数分布直方图;

(4) 若决赛成绩不低于 80 分为优秀,则本次大赛的优秀率为________.



5.(2016·百色)某校在践行"社会主义核心价值观"演讲比赛中,对名列前 20 名的选手的综合分数 m 进行分组统计,结果如下表所示:

组号	分组	频数
一	$6 \leqslant m < 7$	2
二	$7 \leqslant m < 8$	7
三	$8 \leqslant m < 9$	a
四	$9 \leqslant m \leqslant 10$	2



(1) 求 a 的值;

(2) 若用扇形图来描述,求分数在 $8 \leqslant m < 9$ 内所对应的扇形图的圆心角大小;

(3) 将在第一组内的两名选手记为:A_1、A_2,在第四组内的两名选手记为:B_1、B_2,从第一组和第四组中随机选取 2 名选手进行调研座谈,求第一组至少有 1 名选手被选中的概率(用树状图或列表法列出所有可能结果).

五、拓展训练

1. 下列说法中正确的是　　(　　)

A. "打开电视,正在播放《新闻联播》"是必然事件

B. "$x^2 < 0$(x 是实数)"是随机事件

C. 掷一枚质地均匀的硬币 10 次,可能有 5 次正面向上

D. 为了了解夏季冷饮市场上冰淇淋的质量情况,宜采用普查方式调查

2. 某次考试有 6 道选择题,每道题所给出的 4 个选项中,恰有一项是正确的,如果小明从每

道题的 4 个选项中随机地选择 1 个，那么他 6 道选择题全部选择正确的概率是 （ ）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $(\frac{1}{4})^6$　　C. $1-(\frac{1}{4})^6$　　D. $1-(\frac{3}{4})^6$

3. 在一个暗箱里放有 a 个除颜色外其他完全相同的球，这 a 个球中红球只有 3 个. 每次将球搅拌均匀后，任意摸出一个球记下颜色再放回暗箱. 通过大量重复摸球试验后发现，摸到红球的频率稳定在 25%，那么可以推算出 a 大约是 （ ）

A. 12　　B. 9　　C. 4　　D. 3

4. 大课间活动时，有两个同学做了一个数字游戏：有三张正面写有数字 $-1,0,1$ 的卡片，它们背面完全相同，将这三张卡片背面朝上洗匀后，其中一个同学随机抽取一张，将其正面的数字作为 p 的值，然后将卡片放回并洗匀，另一个同学再从这三张卡片中随机抽取一张，将其正面的数字作为 q 值，两次结果记为 (p,q).

(1) 请你帮他们用树状图或列表法表示 (p,q) 所有可能出现的结果；

(2) 求满足关于 x 的方程 $x^2+px+q=0$ 没有实数解的概率.

第 48 课时　概率(二)

一、课前热身

1. 已知抛一枚均匀硬币正面朝上的概率为 $\frac{1}{2}$，下列说法错误的是 （ ）

A. 连续抛一枚均匀硬币 2 次必有 1 次正面朝上

B. 连续抛一枚均匀硬币 10 次都可能正面朝上

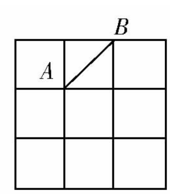
C. 大量反复抛一枚均匀硬币，平均每 100 次出现下面朝上 50 次

D. 通过抛一枚均匀硬币确定谁先发球的比赛规则是公平的

2. 一个不透明的袋子中有 3 个白球、4 个黄球和 5 个红球，这些球除颜色不同外其他完全相同. 从袋子中随机摸出一个球，则它是黄球的概率为 （ ）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{5}{12}$　　D. $\frac{1}{2}$

3. 在边长为 1 的小正方形组成的网格中，有如图所示的 A,B 两点，在格点上任意放置点 C，恰好能使得 $\triangle ABC$ 的面积为 1 的概率为 （ ）



A. $\frac{3}{16}$　　B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{5}{16}$

二、知识要点

1. $P=\frac{k}{n}$ 中，k 为________，n 为________.

2. 计算简单事件发生概率的方法有____________、__________、__________.

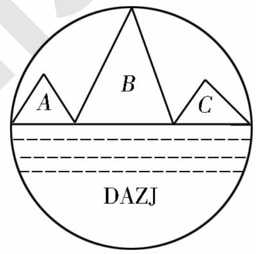
3. 当试验的次数很大时，如果一个事件发生的频率稳定在相应的概率附近，我们可以通过多次试验，用一个事件发生的__________来估计这一事件发生的概率.

三、典例精析

【例1】 已知一个布袋里装有2个红球，3个白球和a个黄球，这些球除颜色外其余都相同.若从该布袋里任意摸出1个球，是红球的概率为$\frac{1}{3}$，则a等于　（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

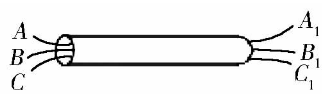
【例2】 学校举办"大爱株洲"征文活动，小明为此次活动设计了一个以三座山为背景的图标(如图)，现用红、黄两种颜色对图标中的A、B、C三块三角形区域分别涂色，一块区域只涂一种颜色.



(1) 请用树状图列出所有涂色的可能结果；

(2) 求这三块三角形区域中所涂颜色是"两块黄色、一块红色"的概率.

【例3】 如图，管中放置着三根同样的绳子AA_1、BB_1、CC_1.



(1) 小明从这三根绳子中随机选一根，恰好选中绳子AA_1的概率是多少？

(2) 小明先从左端A、B、C三个绳头中随机选两个打一个结，再从右端A_1、B_1、C_1三个绳头中随机选两个打一个结，求这三根绳子能连接成一根长绳的概率.

四、中考链接

1. (2017·四市) 一个不透明的口袋中有四个完全相同的小球，把它们分别标号为1，2，3，4，随机摸出一个小球后不放回，再随机摸出一个小球，则两次摸出的小球标号之和等于5的概率为　（　　）

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

2. (2017·绵阳) 同时抛掷两枚质地均匀的骰子，则事件"两枚骰子的点数和小于8且为偶数"的概率是________.

3. (2017·达州) 从-1，2，3，-6这四个数中任选两数，分别记作m，n，那么点(m,n)在函数$y=\frac{6}{x}$图象上的概率是________.

4. (2017·株洲) 三名初三学生坐在仅有的三个座位上，起身后重新就座，恰好有两名同学

没有坐回原座位的概率是 （　　）

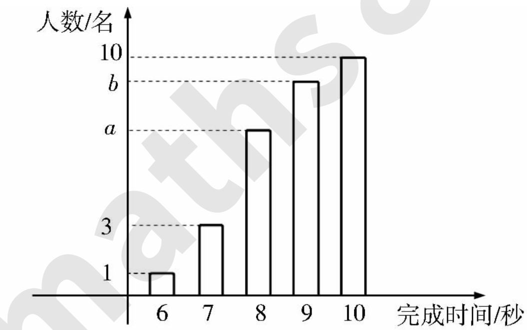
A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

5.（2017·株洲）某次世界魔方大赛吸引世界各地共600名魔方爱好者参加.本次大赛首轮进行3×3阶魔方赛，组委会随机地将爱好者平均分到20个区域，每个区域30名同时进行比赛，完成时间小于8秒的爱好者进入下一轮角逐.下图是3×3阶魔方赛A区域30名爱好者完成时间统计图.求：

(1)A区域3×3阶魔方赛爱好者进入下一轮角逐的人数的比例(结果用最简分数表示)；

(2)若3×3阶魔方赛各个区域的情况大体一致，则根据A区域的统计结果估计在3×3阶魔方赛后本次大赛进入下一轮角逐的人数；

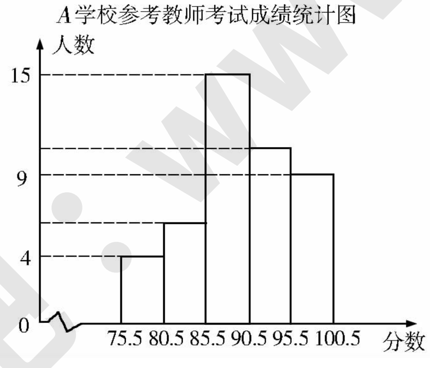
(3)若3×3阶魔方赛A区域爱好者完成时间的平均值为8.8秒，求该项目赛该区域完成时间为8秒的爱好者的频率(结果用最简分数表示).



3×3阶魔方赛A区域爱好者完成时间条形图

6.（2018·株洲）为提高公民法律意识，大力推进国家工作人员学法用法工作，今年年初某区组织本区900名教师参加"如法网"的法律知识考试.该区对本区A学校参考教师的考试成绩绘制了如下统计图和统计表(满分100分，考试分数均为整数，其中最低分76分).

A学校参考教师考试成绩统计图



A学校参考教师考试成绩统计表

分数	人数
85.5以下	10
85.5以上	35
96.5以上	8

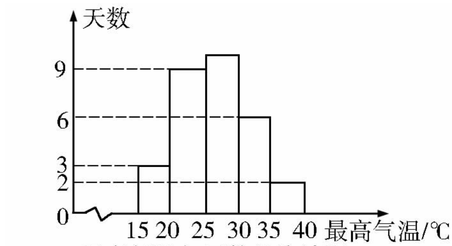
(1)求A学校参加本次考试的教师人数；

(2)若该区各学校的情况大体一致，试估计该区参考教师本次考试成绩在90.5分以下的人数；

(3)求A学校参考教师本次考试成绩在85.5～96.5分之间的人数占该校参考教师人数的百分比.

7.（2019·株洲）某甜品店计划订购一种鲜奶.根据以往的销售经验，每天的最高气温 T 与当天的需求量有关，现将去年六月份（按 30 天计算）的情况统计如下：

最高气温 T（单位：℃）	每天的需求量（单位：杯）
$T<25$	200
$25\leqslant T<30$	250
$T\geqslant 30$	400



(最高气温与天数的统计图)

(1) 求去年六月份最高气温不低于 30 ℃ 的天数；

(2) 若以最高气温位于各区间的频率估计最高气温位于该区间的概率，求去年六月份这种鲜奶一天的需求量不超过 200 杯的概率；

(3) 若今年六月份每天的进货量均为 350 杯，每杯的进价为 4 元，售价为 8 元，未售出的这种鲜奶厂家以 1 元的价格收回销毁.假设今年与去年的情况大致一样，若今年六月份某天的最高气温 T 满足 $25\leqslant T<30$（单位：℃），试估计这一天销售这种鲜奶所获得的利润为多少元？

五、拓展训练

1.有三张正面分别标有数字 -2，3，4 的不透明卡片，它们除数字不同外，其余全部相同，现将它们背面朝上洗匀后，从中任取一张（不放回），再从剩余的卡片中任取一张，则两次抽取的卡片上的数字之积为正偶数的概率是（　　）

A. $\frac{4}{9}$　　B. $\frac{1}{12}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{6}$

2.在一个口袋中有 4 个完全相同的小球，它们的标号分别为 1，2，3，4，从中随机摸出一个小球记下标号后放回，再从中随机摸出一个小球，则两次摸出的小球的标号之和大于 4 的概率是（　　）

A. $\frac{3}{8}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{5}{8}$　　D. $\frac{3}{4}$

3.在一个口袋中有 4 个完全相同的小球，把它们分别标上 1、2、3、4.小明先随机地摸出一个小球，小强再随机的摸出一个小球.记小明摸出球的标号为 x，小强摸出的球标号为 y.小明和小强在此基础上共同协商一个游戏规则：当 $x>y$ 时小明获胜，否则小强获胜.

(1) 若小明摸出的球不放回，求小明获胜的概率.

(2) 若小明摸出的球放回后小强再随机摸球，问他们制定的游戏规则公平吗?请说明理由.

4.某次中博会在湖南召开，设立了长沙、株洲、湘潭和张家界 4 个会展区，聪聪一家用两天时间参观两个会展区：第一天从 4 个会展区中随机选择一个，第二天从余下 3 个会展区中再随机选择一个，如果每个会展区被选中的机会均等.

(1) 请用画树状图或列表的方法表示出所有可能出现的结果；

(2) 求聪聪一家第一天参观长沙会展区，第二天参观张家界会展区的概率；

(3) 求株洲会展区被选中的概率.

专题测试(八)

(时量:90 分钟　　分值:100 分)

第 Ⅰ 卷(选择题　共 30 分)

一、选择题(每小题有且只有一个正确答案,本题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

1. 下列说法正确的是 (　　)

A. “购买 1 张彩票就中奖”是不可能事件

B. “掷一次骰子,向上一面的点数是 6”是随机事件

C. 了解我国青年人喜欢的电视节目应做全面调查

D. 甲、乙两组数据,若 $s_{甲}^2 > s_{乙}^2$,则乙组数据波动大

2. 为了解某社区居民的用电情况,随机对该社区 10 户居民进行了调查,下表是这 10 户居民 2017 年 4 月份用电量的调查结果:

居民(户)	1	3	2	4
月用电量(度)	40	50	55	60

那么关于这 10 户居民月用电量(单位:度),下列说法错误的是 (　　)

A. 中位数是 55　　B. 众数是 60

C. 方差是 29　　D. 平均数是 54

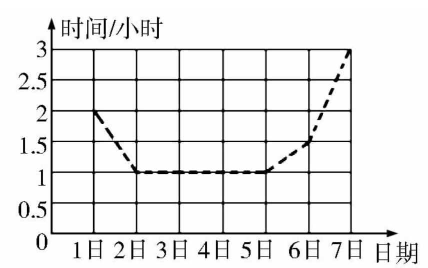
3. 甲、乙两学生在军训打靶训练中,打靶的总次数相同,且所中环数的平均数也相同,但甲的成绩比乙的成绩稳定,那么两者的方差的大小关系是 (　　)

A. $s_{甲}^2 < s_{乙}^2$　　B. $s_{甲}^2 > s_{乙}^2$　　C. $s_{甲}^2 = s_{乙}^2$　　D. 不能确定

4. 四张质地、大小、背面完全相同的卡片上,正面分别画有圆、矩形、等边三角形、等腰梯形四个图案.现把它们的正面向下随机摆放在桌面上,从中任意抽出一张,则抽出的卡片正面图案是中心对称图形的概率为 (　　)

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. 1

5. 如图是小芹 6 月 1 日—7 日每天的自主学习时间统计图,则小芹这七天平均每天的自主学习时间是 (　　)



A. 1 小时　　B. 1.5 小时　　C. 2 小时　　D. 3 小时

6. 某火车站的显示屏,每隔 4 分钟显示一次火车班次的信息,显示时间持续 1 分钟,某人到达该车站时,显示屏上正好显示火车班次信息的概率是 (　　)

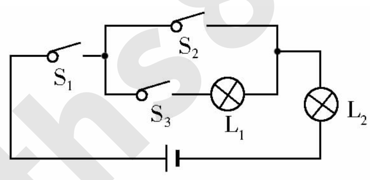
A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{5}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{3}$

7. 某棉纺厂为了解一批棉花的质量，从中随机抽取了 20 根棉花纤维进行测量，其长度 x(单位：mm) 的数据分布如下表，则棉花纤维长度的数据在 $8 \leqslant x < 32$ 这个范围的频率为　(　　)

棉花纤维长度 x	频数
$0 \leqslant x < 8$	1
$8 \leqslant x < 16$	2
$16 \leqslant x < 24$	8
$24 \leqslant x < 32$	6
$32 \leqslant x < 40$	3

A. 0.8　　B. 0.7　　C. 0.4　　D. 0.2

8. 如图，随机闭合开关 S_1、S_2、S_3 中的两个，则能让两盏灯泡同时发光的概率为　(　　)



A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

9. 在一个不透明的袋中装着 3 个红球和 1 个黄球，它们只有颜色上的区别，随机从袋中摸出 2 个小球，两球恰好是一个黄球和一个红球的概率为　(　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{6}$

10. 在一个不透明的盒子里装有 6 个分别写有数字 $-3,-2,-1,0,1,2$ 的小球，它们除数字不同外其余全部相同. 现从盒子里随机取出一个小球，记下数字 a 后不放回，再取出一个记下数字 b，那么点 (a,b) 在抛物线 $y=-x^2+1$ 上的概率是　(　　)

A. $\frac{1}{10}$　　B. $\frac{1}{6}$　　C. $\frac{2}{15}$　　D. $\frac{1}{5}$

第 Ⅱ 卷(非选择题　共 70 分)

二、填空题(本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

11. 已知一个样本的方差是 $s^2=\frac{1}{5}[(x_1-4)^2+(x_2-4)^2+\cdots+(x_5-4)^2]$，则这个样本的平均数是________，样本的容量是____________.

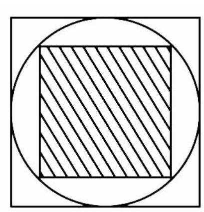
12. 小明旅行箱的密码是一个六位数，由于他忘记了密码的末位数字，则小军能一次打开该旅行箱的概率是________.

13. 已知样本数据 $1,0,x,1,2$ 的平均数是 2，则这组数据的极差为__________.

14. 已知数据 a,b,c 的平均数是 8，那么数据 $2a+1,2b+1,2c+1$ 的平均数是________.

15. 在四边形 $ABCD$ 中，(1)$AB \parallel CD$，(2)$AD \parallel BC$，(3)$AB=CD$，(4)$AD=BC$，在这四个条件中任选两个作为已知条件，能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的概率是________.

16. 如图，小明随意向水平放置的大正方形内部区域抛一个小球，则小球停在小正方形内部(阴影) 区域的概率为________.



三、解答题(本大题共7小题,共52分)

17.(本题满分6分)省射击队为从甲、乙两名运动员中选拔一人参加全国比赛,对他们进行了六次测试,测试成绩如下表(单位:环):

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次
甲	10	8	9	8	10	9
乙	10	7	10	10	9	8

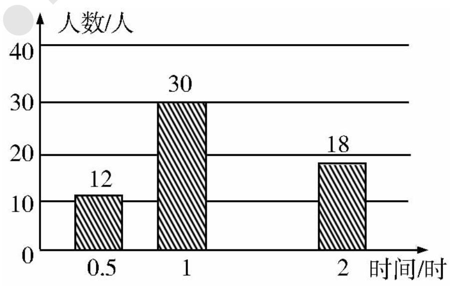
(1)根据表格中的数据,计算出甲的平均成绩是________环,乙的平均成绩是________环;

(2)分别计算甲、乙六次测试成绩的方差;

(3)根据(1)、(2)计算的结果,你认为推荐谁参加全国比赛更合适,请说明理由.

18.(本题满分6分)在株洲市开展的“美丽株洲,创卫我同行”活动中,我校倡议七年级学生利用双休日在各自社区参加义务劳动.为了解同学们劳动情况,学校随机调查了部分同学的劳动时间,并用得到的数据绘制成不完整的统计图表,如下图所示:

劳动时间(时)	频数(人)	频率
0.5	12	0.12
1	30	0.3
1.5	x	0.4
2	18	y
合计	m	1

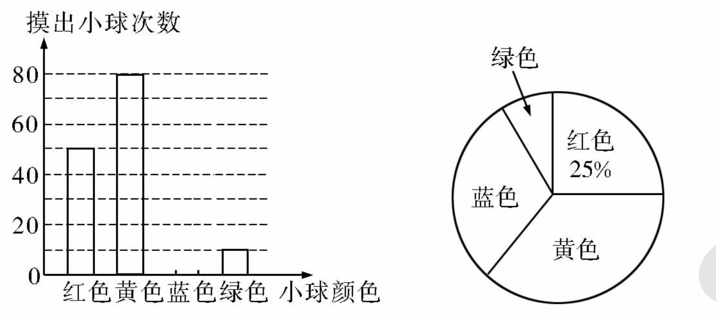


(1)统计表中的$x=$________,$y=$________,$m=$________;

(2)请将频数分布直方图补充完整;

(3)求所有被调查同学的平均劳动时间.

19.(本题满分 6 分)一个不透明的口袋装有若干个红、黄、蓝、绿四种颜色的小球，小球除颜色外完全相同，为估计该口袋中四种颜色的小球数量，每次从口袋中随机摸出一球记下颜色并放回，重复多次试验，汇总试验结果绘制如下图不完整的条形统计图和扇形统计图.



根据以上信息解答下列问题：

(1) 求试验总次数，并补全条形统计图；

(2) 扇形统计图中，摸到黄色小球次数所在扇形的圆心角度数为多少度？

(3) 已知该口袋中有 10 个红球，请你根据试验结果估计口袋中绿球的数量.

20.(本题满分 8 分)某市今年中考理、化实验操作考查，采用学生抽签方式决定自己的考查内容. 规定：每位考生必须在三个物理实验(用纸签 A,B,C 表示)和三个化学实验(用纸签 D,E,F 表示)中各抽取一个进行考查. 小刚在看不到纸签的情况下，分别从中各随机抽取一个.

(1) 用“列表法”或“树状图法”表示所有可能出现的结果；

(2) 小刚抽到物理实验 B 和化学实验 F(记作事件 M)的概率是多少？

21.(本题满分 8 分)某市“艺术节”期间，小明、小亮都想去观看茶艺表演，但是只有一张茶艺表演门票，他们决定采用抽卡片的办法确定谁去. 规则如下：

将正面分别标有数字 1、2、3、4 的四张卡片(除数字外其余都相同)洗匀后，背面朝上放置在桌面上，随机抽出一张记下数字后放回；重新洗匀后背面朝上放置在桌面上，再随机抽出一张记下数字. 如果两个数字之和为奇数，则小明去；如果两个数字之和为偶数，则小亮去.

(1) 请用列表或画树状图的方法表示抽出的两张卡片上的数字之和的所有可能出现的结果；

(2) 你认为这个规则公平吗?请说明理由.

22.(本题满分 8 分)一个不透明的袋中装有 20 个只有颜色不同的球,其中 5 个黄球,8 个黑球,7 个红球.

(1) 从袋中摸出一个球是黄球的概率;

(2) 现从袋中取出若干个黑球,搅匀后,使从袋中摸出一个球是黑球的概率是$\frac{1}{4}$,求从袋中取出黑球的个数.

23.(本题满分 10 分)“切实减轻学生课业负担”是我市作业改革的一项重要举措.某中学为了解本校学生平均每天的课外作业时间,随机抽取部分学生进行问卷调查,并将调查结果分为 A,B,C,D 四个等级,A:1 小时以内;B:1 小时—1.5 小时;C:1.5 小时—2 小时;D:2 小时以上.根据调查结果绘制了如图所示的两种不完整的统计图,请根据图中信息解答下列问题:

(1) 该校共调查了________名学生;

(2) 请将条形统计图补充完整;

(3) 表示等级 A 的扇形圆心角 α 的度数是________;

(4) 在此次调查问卷中,甲、乙两班各有 2 人平均每天课外作业量都是 2 小时以上,从这 4 人中选 2 人去参加座谈会,用列表或画树状图的方法求选出的 2 人来自不同班级的概率.