

### 2019 年湖南省株洲市中考数学试卷

一、选择题 (每小题有且只有一个正确答案, 本题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

- 3 的倒数是( )
 

A.  $-\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C. -3                      D. 3
- $\sqrt{2} \times \sqrt{8} =$ ( )
 

A.  $4\sqrt{2}$                       B. 4                      C.  $\sqrt{10}$                       D.  $2\sqrt{2}$
- 下列各式中, 与  $3x^2y^3$  是同类项的是( )
 

A.  $2x^5$                       B.  $3x^3y^2$                       C.  $-\frac{1}{2}x^2y^3$                       D.  $-\frac{1}{3}y^5$
- 对于任意的矩形, 下列说法一定正确的是( )
 

A. 对角线垂直且相等                      B. 四边都互相垂直                      C. 四个角都相等                      D. 是轴对称图形, 但不是中心对称图形
- 关于  $x$  的分式方程  $\frac{2}{x} - \frac{5}{x-3} = 0$  的解为( )
 

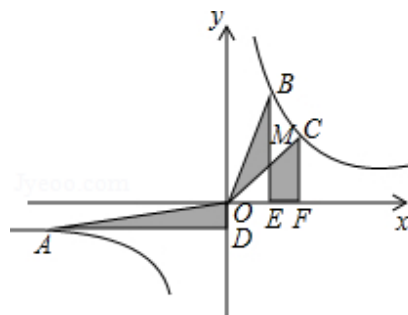
A. -3                      B. -2                      C. 2                      D. 3
- 在平面直角坐标系中, 点  $A(2, -3)$  位于哪个象限? ( )
 

A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限
- 若一组数据  $x, 3, 1, 6, 3$  的中位数和平均数相等, 则  $x$  的值为( )
 

A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 5
- 下列各选项中因式分解正确的是( )
 

A.  $x^2 - 1 = (x-1)^2$                       B.  $a^3 - 2a^2 + a = a^2(a-2)$                       C.  $-2y^2 + 4y = -2y(y+2)$                       D.  $m^2n - 2mn + n = n(m-1)^2$
- 如图所示, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A, B, C$  为反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k > 0)$  上不同的三点, 连接  $OA, OB, OC$ , 过点  $A$  作  $AD \perp y$  轴于点  $D$ , 过点  $B, C$  分别作  $BE, CF$  垂直  $x$  轴于点  $E, F$ ,  $OC$  与  $BE$  相交于点  $M$ , 记  $\triangle AOD$ 、 $\triangle BOM$ 、四边形  $CMEF$  的面积分别为  $S_1, S_2, S_3$ , 则( )
 

A.  $S_1 = S_2 + S_3$                       B.  $S_2 = S_3$                       C.  $S_3 > S_2 > S_1$                       D.  $S_1 S_2 < S_3^2$



10. 从  $-1, 1, 2, 4$  四个数中任取两个不同的数 (记作  $a_k, b_k$ ) 构成一个数组  $M_k = \{a_k, b_k\}$  (其中  $k=1, 2, \dots, S$ , 且将  $\{a_k, b_k\}$  与  $\{b_k, a_k\}$  视为同一个数组), 若满足: 对于任意的  $M_i = \{a_i, b_i\}$  和  $M_j = \{a_j, b_j\}$  ( $i \neq j, 1 \leq i \leq S, 1 \leq j \leq S$ ) 都有  $a_i + b_i \neq a_j + b_j$ , 则  $S$  的最大值 ( )

- A. 10                      B. 6                      C. 5                      D. 4

二、填空题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

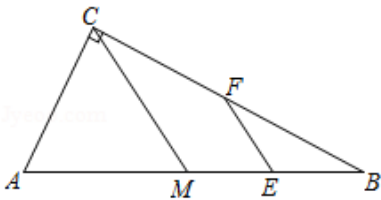
11. 若二次函数  $y = ax^2 + bx$  的图象开口向下, 则  $a$       0 (填“=”或“>”或“<”).

12. 若一个盒子中有 6 个白球, 4 个黑球, 2 个红球, 且各球的大小与质地都相同, 现随机从中摸出一个球, 得到白球的概率是     .

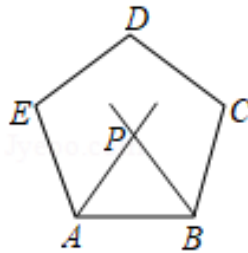
13. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $CM$  是斜边  $AB$  的中线,  $E, F$  分别为  $MB, BC$  的中点, 若  $EF = 1$ , 则  $AB =$      .

14. 若  $a$  为有理数, 且  $2 - a$  的值大于 1, 则  $a$  的取值范围为     .

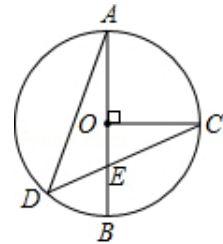
15. 如图所示, 过正五边形  $ABCDE$  的顶点  $B$  作一条射线与其内角  $\angle EAB$  的角平分线相交于点  $P$ , 且  $\angle ABP = 60^\circ$ , 则  $\angle APB =$       度.



第 13 题图



第 15 题图

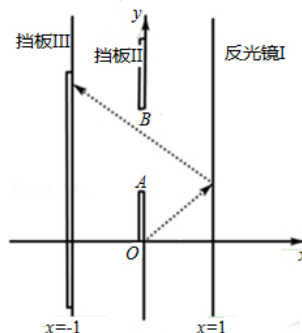


第 16 题图

16. 如图所示,  $AB$  为  $\odot O$  的直径, 点  $C$  在  $\odot O$  上, 且  $OC \perp AB$ , 过点  $C$  的弦  $CD$  与线段  $OB$  相交于点  $E$ , 满足  $\angle AEC = 65^\circ$ , 连接  $AD$ , 则  $\angle BAD =$       度.

17. 《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著, 书中有如下问题: “今有善行者行一百步, 不善行者行六十步. 今不善行者先行一百步, 善行者追之, 问几何步及之?” “其意思为: 速度快的人走 100 步, 速度慢的人只走 60 步, 现速度慢的人先走 100 步, 速度快的人去追赶, 则速度快的人要走      步才能追到速度慢的人.

18. 如图所示, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 在直线  $x=1$  处放置反光镜 I, 在  $y$  轴处放置一个有缺口的挡板 II, 缺口为线段  $AB$ , 其中点  $A(0,1)$ , 点  $B$  在点  $A$  上方, 且  $AB=1$ , 在直线  $x=-1$  处放置一个挡板 III, 从点  $O$  发出的光线经反光镜 I 反射后, 通过缺口  $AB$  照射在挡板 III 上, 则落在挡板 III 上的光线的长度为     .



三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 66 分)

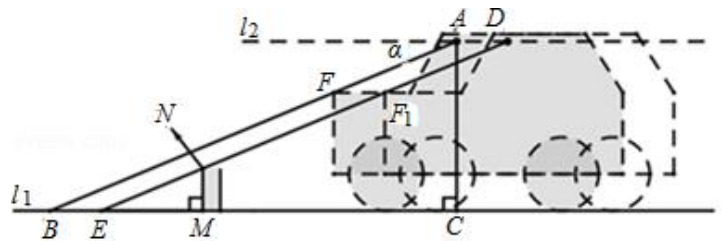
19. (6 分) 计算:  $|\sqrt{3}| + \pi^0 - 2\cos 30^\circ$ .

20. (6 分) 先化简, 再求值:  $\frac{a^2 - a}{(a-1)^2} - \frac{a+1}{a}$ , 其中  $a = \frac{1}{2}$ .

21. (8 分) 小强的爸爸准备驾车外出. 启动汽车时, 车载报警系统显示正前方有障碍物, 此时在眼睛点  $A$  处测得汽车前端  $F$  的俯角为  $\alpha$ , 且  $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ , 若直线  $AF$  与地面  $l_1$  相交于点  $B$ , 点  $A$  到地面  $l_1$  的垂线段  $AC$  的长度为 1.6 米, 假设眼睛  $A$  处的水平线  $l_2$  与地面  $l_1$  平行.

(1) 求  $BC$  的长度;

(2) 假如障碍物上的点  $M$  正好位于线段  $BC$  的中点位置 (障碍物的横截面为长方形, 且线段  $MN$  为此长方形前端的边),  $MN \perp l_1$ , 若小强的爸爸将汽车沿直线  $l_1$  后退 0.6 米, 通过汽车的前端  $F_1$  点恰好看见障碍物的顶部  $N$  点 (点  $D$  为点  $A$  的对应点, 点  $F_1$  为点  $F$  的对应点), 求障碍物的高度.



22. (8分) 某甜品店计划订购一种鲜奶, 根据以往的销售经验, 当天的需求量与当天的最高气温  $T$  有关, 现将去年六月份 (按 30 天计算) 的有关情况统计如下:

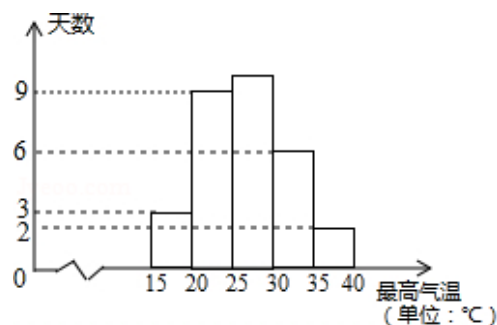
(最高气温与需求量统计表)

最高气温 $T$ (单位: $^{\circ}\text{C}$ )	需求量 (单位: 杯)
$T < 25$	200
$25 \leq T < 30$	250
$T \geq 30$	400

(1) 求去年六月份最高气温不低于  $30^{\circ}\text{C}$  的天数;

(2) 若以最高气温位于各区间的频率估计最高气温位于该区间的概率, 求去年六月份这种鲜奶一天的需求量不超过 200 杯的概率;

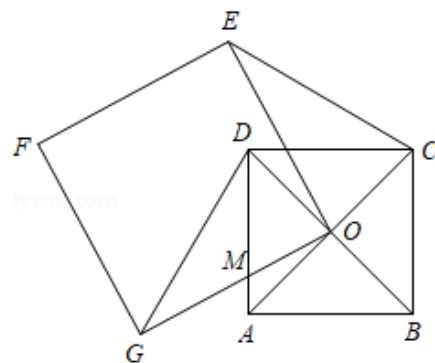
(3) 若今年六月份每天的进货量均为 350 杯, 每杯的进价为 4 元, 售价为 8 元, 未售出的这种鲜奶厂家以 1 元的价格收回销毁, 假设今年与去年的情况大致一样, 若今年六月份某天的最高气温  $T$  满足  $25 \leq T < 30$  (单位:  $^{\circ}\text{C}$ ), 试估计这一天销售这种鲜奶所获得的利润为多少元?



23. (8分) 如图所示, 已知正方形  $O EFG$  的顶点  $O$  为正方形  $ABCD$  对角线  $AC$ 、 $BD$  的交点, 连接  $CE$ 、 $DG$ .

(1) 求证:  $\triangle DOG \cong \triangle COE$ ;

(2) 若  $DG \perp BD$ , 正方形  $ABCD$  的边长为 2, 线段  $AD$  与线段  $OG$  相交于点  $M$ ,  $AM = \frac{1}{2}$ , 求正方形  $O EFG$  的边长.



24. (8分) 如图所示, 在平面直角坐标系  $Oxy$  中, 等腰  $\triangle OAB$  的边  $OB$  与反比例函数  $y = \frac{m}{x} (m > 0)$  的图象相交于点  $C$ , 其中  $OB = AB$ , 点  $A$  在  $x$  轴的正半轴上, 点  $B$  的坐标为  $(2, 4)$ , 过点  $C$  作  $CH \perp x$  轴于点  $H$ .

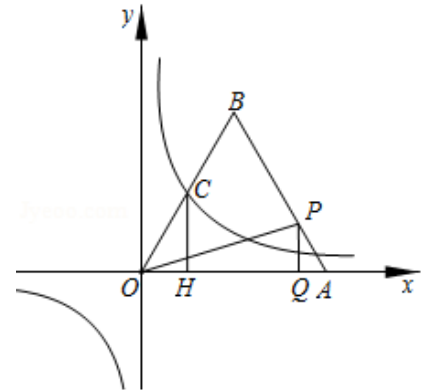
(1) 已知一次函数的图象过点  $O, B$ , 求该一次函数的表达式;

(2) 若点  $P$  是线段  $AB$  上的一点, 满足  $OC = \sqrt{3}AP$ , 过点  $P$  作  $PQ \perp x$  轴于点  $Q$ , 连结  $OP$ , 记  $\triangle OPQ$  的面积为  $S_{\triangle OPQ}$ ,

设  $AQ = t, T = OH^2 - S_{\triangle OPQ}$

①用  $t$  表示  $T$  (不需要写出  $t$  的取值范围);

②当  $T$  取最小值时, 求  $m$  的值.



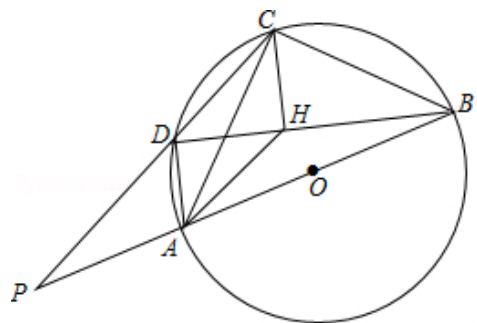
25. (11分) 四边形  $ABCD$  是  $\odot O$  的圆内接四边形, 线段  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 连结  $AC, BD$ . 点  $H$  是线段  $BD$  上的一点, 连结  $AH, CH$ , 且  $\angle ACH = \angle CBD$ ,  $AD = CH$ ,  $BA$  的延长线与  $CD$  的延长线相交于点  $P$ .

(1) 求证: 四边形  $ADCH$  是平行四边形;

(2) 若  $AC = BC, PB = \sqrt{5}PD, AB + CD = 2(\sqrt{5} + 1)$

①求证:  $\triangle DHC$  为等腰直角三角形;

②求  $CH$  的长度.



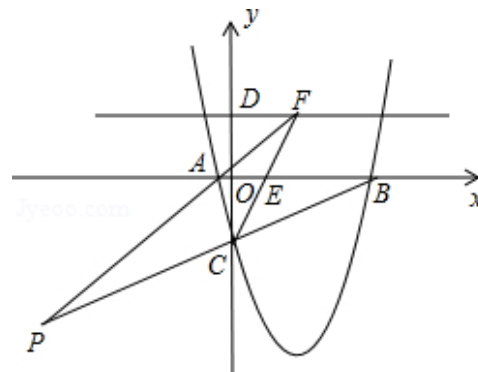
26. (11分) 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$

(1) 若  $a = 1, b = -2, c = -1$

①求该二次函数图象的顶点坐标;

②定义: 对于二次函数  $y = px^2 + qx + r (p \neq 0)$ , 满足方程  $y = x$  的  $x$  的值叫做该二次函数的“不动点”. 求证: 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  有两个不同的“不动点”.

(2) 设  $b = \frac{1}{2}c^3$ , 如图所示, 在平面直角坐标系  $Oxy$  中, 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象与  $x$  轴分别相交于不同的两点  $A(x_1, 0), B(x_2, 0)$ , 其中  $x_1 < 0, x_2 > 0$ , 与  $y$  轴相交于点  $C$ , 连结  $BC$ , 点  $D$  在  $y$  轴的正半轴上, 且  $OC = OD$ , 又点  $E$  的坐标为  $(1, 0)$ , 过点  $D$  作垂直于  $y$  轴的直线与直线  $CE$  相交于点  $F$ , 满足  $\angle AFC = \angle ABC$ .  $FA$  的延长线与  $BC$  的延长线相交于点  $P$ , 若  $\frac{PC}{PA} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5a^2 + 1}}$ , 求二次函数的表达式.



关注“数学吧”公众号, 海量免费试卷下载!

