

2018 年湖南省株洲市中考数学试卷(参考答案)

一、选择题 (每小题有且只有一个正确答案, 本题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. (3 分) 9 的算术平方根是 ()

- A. 3 B. 9 C. ± 3 D. ± 9

【解答】解: $\because 3^2=9$,

$\therefore 9$ 的算术平方根是 3.

故选: A.

2. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $2a+3b=5ab$ B. $(-ab)^2=a^2b$
 C. $a^2 \cdot a^4=a^8$ D. $\frac{2a^6}{a^3}=2a^3$

【解答】解: A、 $2a$ 与 $3b$ 不是同类项, 不能合并, 故本选项错误;

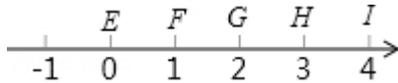
B、原式= a^2b^2 , 故本选项错误;

C、原式= a^6 , 故本选项错误;

D、原式= $2a^3$, 故本选项正确.

故选: D.

3. (3 分) 如图, $\frac{2}{5}$ 的倒数在数轴上表示的点位于下列两个点之间 ()



- A. 点 E 和点 F B. 点 F 和点 G C. 点 G 和点 H D. 点 H 和点 I

【解答】解: $\frac{2}{5}$ 的倒数是 $\frac{5}{2}$,

$\therefore \frac{5}{2}$ 在 G 和 H 之间,

故选: C.

4. (3 分) 据资料显示, 地球的海洋面积约为 360000000 平方千米, 请用科学记数法表示地球海洋面积约为多少平方千米 ()

- A. 36×10^7 B. 3.6×10^8 C. 0.36×10^9 D. 3.6×10^9

【解答】解: 将 360000000 用科学记数法表示为: 3.6×10^8 .

故选: B.

5. (3 分) 关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x} + \frac{3}{x-a} = 0$ 解为 $x=4$, 则常数 a 的值为 ()

- A. $a=1$ B. $a=2$ C. $a=4$ D. $a=10$

【解答】解：把 $x=4$ 代入方程 $\frac{2}{x} + \frac{3}{x-a} = 0$ ，得

$$\frac{2}{4} + \frac{3}{4-a} = 0,$$

解得 $a=10$.

故选：D.

6. (3分) 从 $-5, -\frac{10}{3}, -\sqrt{6}, -1, 0, 2, \pi$ 这七个数中随机抽取一个数，恰好为负整数的概率为 ()

- A. $\frac{2}{7}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{4}{7}$ D. $\frac{5}{7}$

【解答】解： $-5, -\frac{10}{3}, -\sqrt{6}, -1, 0, 2, \pi$ 这七个数中有两个负整数： $-5, -1$

所以，随机抽取一个数，恰好为负整数的概率是： $\frac{2}{7}$

故选：A.

7. (3分) 下列哪个选项中的不等式与不等式 $5x > 8+2x$ 组成的不等式组的解集为 $\frac{8}{3} < x < 5$ ()

- A. $x+5 < 0$ B. $2x > 10$ C. $3x - 15 < 0$ D. $-x - 5 > 0$

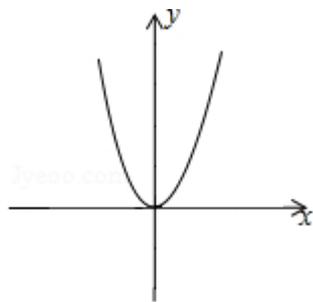
【解答】解： $5x > 8+2x$,

解得： $x > \frac{8}{3}$,

根据大小小大中间找可得另一个不等式的解集一定是 $x < 5$,

故选：C.

8. (3分) 已知二次函数 $y=ax^2$ 的图象如图，则下列哪个选项表示的点有可能在反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 的图象上 ()



- A. $(-1, 2)$ B. $(1, -2)$ C. $(2, 3)$ D. $(2, -3)$

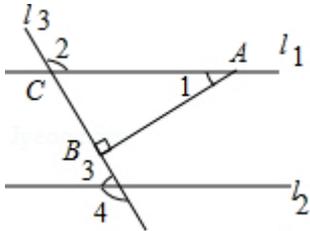
【解答】解： \because 抛物线 $y=ax^2$ 开口向上，

$\therefore a > 0$,

\therefore 点 $(2, 3)$ 可能在反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 的图象上.

故选: C.

9. (3分) 如图, 直线 l_1, l_2 被直线 l_3 所截, 且 $l_1 \parallel l_2$, 过 l_1 上的点 A 作 $AB \perp l_3$ 交 l_3 于点 B , 其中 $\angle 1 < 30^\circ$, 则下列一定正确的是 ()



- A. $\angle 2 > 120^\circ$ B. $\angle 3 < 60^\circ$ C. $\angle 4 - \angle 3 > 90^\circ$ D. $2\angle 3 > \angle 4$

【解答】解:

$\because AB \perp l_3,$

$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$

$\because \angle 1 < 30^\circ$

$\therefore \angle ACB = 90^\circ - \angle 1 > 60^\circ,$

$\therefore \angle 2 < 120^\circ,$

\because 直线 $l_1 \parallel l_2,$

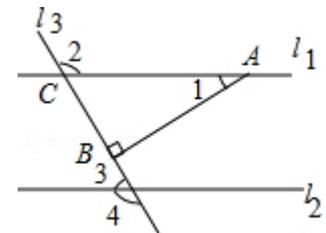
$\therefore \angle 3 = \angle ACB > 60^\circ,$

$\therefore \angle 4 - \angle 3 = 180^\circ - \angle 3 - \angle 3 = 180^\circ - 2\angle 3 < 60^\circ,$

$\because \angle 4 = \angle 2 < 120^\circ,$

$\therefore 2\angle 3 > \angle 4,$

故选: D.



10. (3分) 已知一系列直线 $y = a_k x + b$ (a_k 均不相等且不为零, a_k 同号, k 为大于或等于 2 的整数, $b > 0$) 分别与直线 $y = 0$ 相交于一系列点 A_k , 设 A_k 的横坐标为 x_k , 则对于式子 $\frac{a_i - a_j}{x_i - x_j}$ ($1 \leq i \leq k, 1 \leq j \leq k, i \neq j$), 下列一定正确的是 ()

- A. 大于 1 B. 大于 0 C. 小于 -1 D. 小于 0

【解答】解: 由题意 $x_i = -\frac{b}{a_i}, x_j = -\frac{b}{a_j},$

\therefore 式子 $\frac{a_i - a_j}{x_i - x_j} = \frac{a_i \cdot a_j}{b} > 0,$

故选: B.

二、填空题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3分) 单项式 $5mn^2$ 的次数 3.

【解答】解: 单项式 $5mn^2$ 的次数是: $1+2=3$.

故答案是: 3.

12. (3分) 睡眠是评价人类健康水平的一项重要指标, 充足的睡眠是青少年健康成长的必要条件之一, 小强同学通过问卷调查的方式了解到本班三位同学某天的睡眠时间分别为 7.8 小时, 8.6 小时, 8.8 小时, 则这三位同学该天的平均睡眠时间是 8.4 小时.

【解答】解: 根据题意得: $(7.8+8.6+8.8) \div 3=8.4$ 小时,

则这三位同学该天的平均睡眠时间是 8.4 小时,

故答案为: 8.4 小时

13. (3分) 因式分解: $a^2(a-b) - 4(a-b) = \underline{(a-b)(a-2)(a+2)}$.

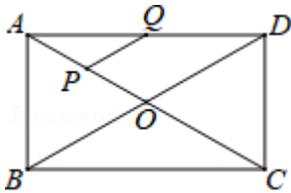
【解答】解: $a^2(a-b) - 4(a-b)$

$$= (a-b)(a^2 - 4)$$

$$= (a-b)(a-2)(a+2),$$

故答案为: $(a-b)(a-2)(a+2)$.

14. (3分) 如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交点 O , $AC=10$, P 、 Q 分别为 AO 、 AD 的中点, 则 PQ 的长度为 2.5.



【解答】解: \because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AC=BD=10, BO=DO=\frac{1}{2}BD,$$

$$\therefore OD=\frac{1}{2}BD=5,$$

\because 点 P 、 Q 是 AO , AD 的中点,

$\therefore PQ$ 是 $\triangle AOD$ 的中位线,

$$\therefore PQ=\frac{1}{2}DO=2.5.$$

故答案为: 2.5.

15. (3分) 小强同学生日的月数减去日数为 2, 月数的两倍和日数相加为 31, 则小强同学生日的月数和日数的和为 20.

②月数的两倍和日数相加为 31, 列出方程组求解即可.

【解答】解：设小强同学生日的月数为 x ，日数为 y ，依题意有

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + y = 31 \end{cases}$$

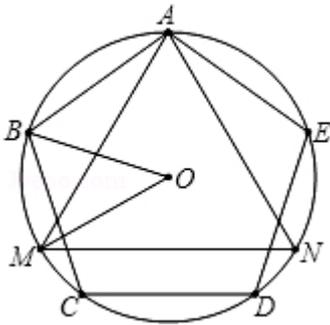
解得 $\begin{cases} x = 11 \\ y = 9 \end{cases}$,

$$11 + 9 = 20.$$

答：小强同学生日的月数和日数的和为 20.

故答案为：20.

16. (3分) 如图，正五边形 $ABCDE$ 和正三角形 AMN 都是 $\odot O$ 的内接多边形，则 $\angle BOM = \underline{48^\circ}$.



【解答】解：连接 OA ，

\because 五边形 $ABCDE$ 是正五边形，

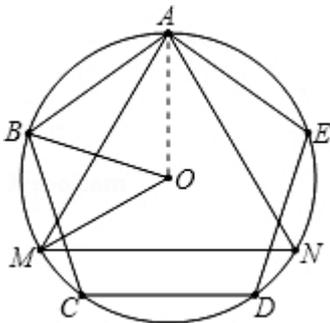
$$\therefore \angle AOB = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ,$$

\because $\triangle AMN$ 是正三角形，

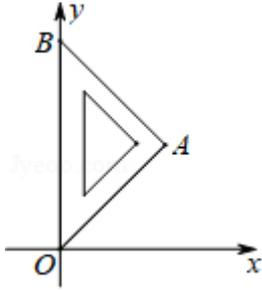
$$\therefore \angle AOM = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BOM = \angle AOM - \angle AOB = 48^\circ,$$

故答案为： 48° .



17. (3分) 如图， O 为坐标原点， $\triangle OAB$ 是等腰直角三角形， $\angle OAB = 90^\circ$ ，点 B 的坐标为 $(0, 2\sqrt{2})$ ，将该三角形沿 x 轴向右平移得到 $\text{Rt}\triangle O'A'B'$ ，此时点 B' 的坐标为 $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ ，则线段 OA 在平移过程中扫过部分的图形面积为 4.



【解答】解: \because 点 B 的坐标为 $(0, 2\sqrt{2})$, 将该三角形沿 x 轴向右平移得到 $\text{Rt}\triangle O' A' B'$, 此时点 B' 的坐标为 $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$,

$$\therefore AA' = BB' = 2\sqrt{2},$$

$\because \triangle OAB$ 是等腰直角三角形,

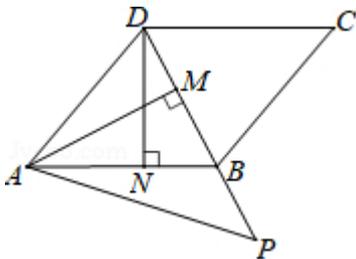
$$\therefore A(\sqrt{2}, \sqrt{2}),$$

$$\therefore AA' \text{ 对应的高 } \sqrt{2},$$

$$\therefore \text{线段 } OA \text{ 在平移过程中扫过部分的图形面积为 } 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4.$$

故答案为: 4.

18. (3分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 连接 BD , 且 $BD=CD$, 过点 A 作 $AM \perp BD$ 于点 M , 过点 D 作 $DN \perp AB$ 于点 N , 且 $DN=3\sqrt{2}$, 在 DB 的延长线上取一点 P , 满足 $\angle ABD = \angle MAP + \angle PAB$, 则 $AP = \underline{6}$.



【解答】解: $\because BD=CD, AB=CD$,

$$\therefore BD=BA,$$

又 $\because AM \perp BD, DN \perp AB$,

$$\therefore DN=AM=3\sqrt{2},$$

又 $\because \angle ABD = \angle MAP + \angle PAB, \angle ABD = \angle P + \angle BAP$,

$$\therefore \angle P = \angle PAM,$$

$\therefore \triangle APM$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore AP = \sqrt{2}AM = 6,$$

故答案为: 6.

三、解答题（本大题 8 小题，共 66 分）

19. （6 分）计算： $|\frac{3}{2}|+2^{-1} - 3\tan 45^\circ$

【解答】解：原式 $=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}-3\times 1$

$$= \frac{3}{2} + \frac{1}{2} - 3$$

$$= -1.$$

20. （6 分）先化简，再求值： $\frac{x^2+2x+1}{y} \cdot (1-\frac{1}{x+1}) - \frac{x^2}{y}$ ，其中 $x=2$ ， $y=\sqrt{2}$ 。

【解答】解： $\frac{x^2+2x+1}{y} \cdot (1-\frac{1}{x+1}) - \frac{x^2}{y}$

$$= \frac{(x+1)^2 \cdot \frac{x+1-1}{x+1}}{y} - \frac{x^2}{y}$$

$$= \frac{x(x+1)}{y} - \frac{x^2}{y}$$

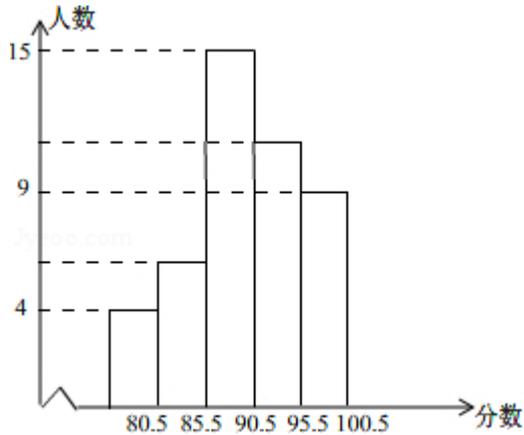
$$= \frac{x}{y}$$

当 $x=2$ ， $y=\sqrt{2}$ 时，原式 $=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ 。

21. （8 分）为提高公民法律意识，大力推进国家工作人员学法用法工作，今年年初某区组织本区 900 名教师参加“如法网”的法律知识考试，该区 A 学校参考教师的考试成绩绘制成如下统计图和统计表（满分 100 分，考试分数均为整数，其中最低分 76 分）

分数	人数
85.5 以下	10
85.5 以上	35
96.5 以上	8

- (1) 求 A 学校参加本次考试的教师人数；
- (2) 若该区各学校的基本情况一致，试估计该区参考教师本次考试成绩在 90.5 分以下的人数；
- (3) 求 A 学校参考教师本次考试成绩 85.5~96.5 分之间的人数占该校参考人数的百分比。



【解答】解：（1）由表格中数据可得：85.5 以下 10 人，85.5 以上 35 人，
则 A 学校参加本次考试的教师人数为 45 人；

（2）由表格中 85.5 以下 10 人，85.5 - 90.5 之间有：15 人；

故计该区参考教师本次考试成绩在 90.5 分以下的人数为： $\frac{10+15}{45} \times 900 = 500$ （人）；

（3）由表格中 96.5 以上 8 人，95.5 - 100.5 之间有：9 人，

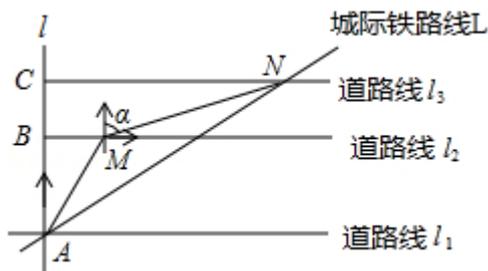
则 96 分的有 1 人，可得 90.5 - 95.5 之间有： $35 - 15 - 9 = 11$ （人），

则 A 学校参考教师本次考试成绩 85.5~96.5 分之间的人数占该校参考人数的百分比为： $\frac{15+1+11}{45} \times 100\% = 60\%$.

22. （8 分）如图为某区域部分交通线路图，其中直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ，直线 l 与直线 l_1 、 l_2 、 l_3 都垂直，垂足分别为点 A、点 B 和点 C，（高速路右侧边缘）， l_2 上的点 M 位于点 A 的北偏东 30° 方向上，且 $BM = \sqrt{3}$ 千米， l_3 上的点 N 位于点 M 的北偏东 α 方向上，且 $\cos\alpha = \frac{\sqrt{13}}{13}$ ， $MN = 2\sqrt{13}$ 千米，点 A 和点 N 是城际线 L 上的两个相邻的站点.

（1）求 l_2 和 l_3 之间的距离；

（2）若城际火车平均时速为 150 千米/小时，求市民小强乘坐城际火车从站点 A 到站点 N 需要多少小时？（结果用分数表示）



【解答】解：（1）过点 M 作 $MD \perp NC$ 于点 D ,

$$\therefore \cos \alpha = \frac{\sqrt{13}}{13}, MN = 2\sqrt{13} \text{ 千米},$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{DM}{MN} = \frac{DM}{2\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{13},$$

解得: $DM = 2 \text{ (km)}$,

答: l_2 和 l_3 之间的距离为 2 km ;

（2） \because 点 M 位于点 A 的北偏东 30° 方向上, 且 $BM = \sqrt{3}$ 千米,

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{BM}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

解得: $AB = 3 \text{ (km)}$,

可得: $AC = 3 + 2 = 5 \text{ (km)}$,

$$\therefore MN = 2\sqrt{13} \text{ km}, DM = 2 \text{ km},$$

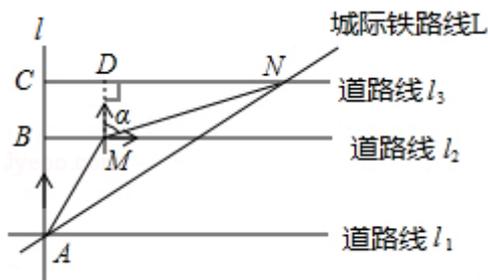
$$\therefore DN = \sqrt{(2\sqrt{13})^2 - 2^2} = 4\sqrt{3} \text{ (km)},$$

则 $NC = DN + BM = 5\sqrt{3} \text{ (km)}$,

$$\therefore AN = \sqrt{AC^2 + CN^2} = \sqrt{5^2 + (5\sqrt{3})^2} = 10 \text{ (km)},$$

\therefore 城际火车平均时速为 150 千米/小时,

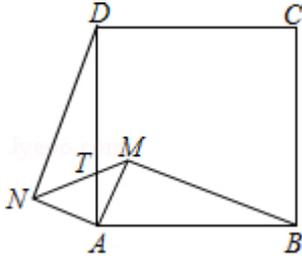
\therefore 市民小强乘坐城际火车从站点 A 到站点 N 需要 $\frac{10}{150} = \frac{1}{15}$ 小时.



23. (8分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABM$ 和 $\text{Rt}\triangle ADN$ 的斜边分别为正方形的边 AB 和 AD , 其中 $AM = AN$.

(1) 求证: $\text{Rt}\triangle ABM \cong \text{Rt}\triangle ADN$;

(2) 线段 MN 与线段 AD 相交于 T , 若 $AT = \frac{1}{4}AD$, 求 $\tan \angle ABM$ 的值.



【解答】解：（1） $\because AD=AB, AM=AN, \angle AMB=\angle AND=90^\circ$,
 $\therefore \text{Rt}\triangle ABM \cong \text{Rt}\triangle AND$ (HL) .

（2）由 $\text{Rt}\triangle ABM \cong \text{Rt}\triangle AND$ 易得： $\angle DAN=\angle BAM, DN=BM$,

$\therefore \angle BAM+\angle DAM=90^\circ$; $\angle DAN+\angle ADN=90^\circ$,

$\therefore \angle DAM=\angle ADN$,

$\therefore ND \parallel AM$,

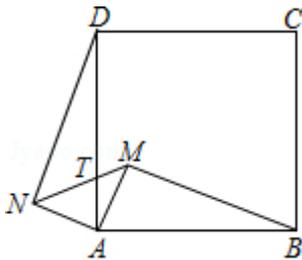
$\therefore \triangle DNT \sim \triangle AMT$,

$$\therefore \frac{AM}{DN} = \frac{AT}{DT},$$

$$\therefore AT = \frac{1}{4}AD,$$

$$\therefore \frac{AM}{DN} = \frac{1}{3},$$

在 $\text{Rt}\triangle ABM$ 中, $\tan \angle ABM = \frac{AM}{BM} = \frac{AM}{DN} = \frac{1}{3}$.

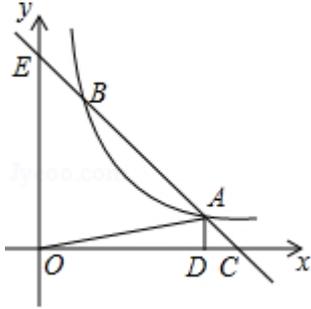


24. (8分) 如图已知函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$) 的图象与一次函数 $y = mx + 5$ ($m < 0$) 的图象相交不同的点

A, B , 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D , 连接 AO , 其中点 A 的横坐标为 x_0 , $\triangle AOD$ 的面积为 2.

(1) 求 k 的值及 $x_0=4$ 时 m 的值;

(2) 记 $[x]$ 表示为不超过 x 的最大整数, 例如: $[1.4]=1, [2]=2$, 设 $t = OD \cdot DC$, 若 $-\frac{3}{2} < m < -\frac{5}{4}$, 求 $[m^2 \cdot t]$ 值.



【解答】解：（1）设 $A(x_0, y_0)$ ，则 $OD=x_0$ ， $AD=y_0$ ，

$$\therefore S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2}OD \cdot AD = \frac{1}{2}x_0y_0 = 2,$$

$$\therefore k = x_0y_0 = 4;$$

当 $x_0=4$ 时， $y_0=1$ ，

$$\therefore A(4, 1),$$

代入 $y=mx+5$ 中得 $4m+5=1$ ， $m=-1$ ；

$$(2) \therefore \begin{cases} y = \frac{4}{x} \\ y = mx + 5 \end{cases},$$

$$\frac{4}{x} = mx + 5,$$

$$mx^2 + 5x - 4 = 0,$$

$\therefore A$ 的横坐标为 x_0 ，

$$\therefore mx_0^2 + 5x_0 = 4,$$

当 $y=0$ 时， $mx+5=0$ ，

$$x = -\frac{5}{m},$$

$$\therefore OC = -\frac{5}{m}, \quad OD = x_0,$$

$$\therefore m^2 \cdot t = m^2 \cdot (OD \cdot DC),$$

$$= m^2 \cdot x_0 \left(-\frac{5}{m} - x_0\right),$$

$$= m(-5x_0 - mx_0^2),$$

$$= -4m,$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < m < -\frac{5}{4},$$

$$\therefore 5 < -4m < 6,$$

$$\therefore [m^2 \cdot t] = 5.$$

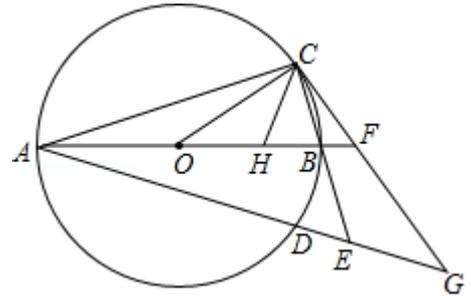
25. (10分) 如图, 已知 AB 为 $\odot O$ 的直径, $AB=8$, 点 C 和点 D 是 $\odot O$ 上关于直线 AB 对称的两个点, 连接 OC 、 AC , 且 $\angle BOC < 90^\circ$, 直线 BC 和直线 AD 相交于点 E , 过点 C 作直线 CG 与线段 AB 的延长线相交于点 F , 与直线 AD 相交于点 G , 且 $\angle GAF = \angle GCE$.

(1) 求证: 直线 CG 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 若点 H 为线段 OB 上一点, 连接 CH , 满足 $CB=CH$,

① $\triangle CBH \sim \triangle OBC$;

② 求 $OH+HC$ 的最大值.



【解答】解: (1) 由题意可知: $\angle CAB = \angle GAF$,

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$

$\because OA = OC$,

$\therefore \angle CAB = \angle OCA$,

$\therefore \angle OCA + \angle OCB = 90^\circ$,

$\because \angle GAF = \angle GCE$,

$\therefore \angle GCE + \angle OCB = \angle OCA + \angle OCB = 90^\circ$,

$\because OC$ 是 $\odot O$ 的半径,

\therefore 直线 CG 是 $\odot O$ 的切线;

(2) ① $\because CB = CH$,

$\therefore \angle CBH = \angle CHB$,

$\because OB = OC$,

$\therefore \angle CBH = \angle OCB$,

$\therefore \triangle CBH \sim \triangle OBC$

② 由 $\triangle CBH \sim \triangle OBC$ 可知: $\frac{BC}{OC} = \frac{HB}{BC}$

$\because AB = 8$,

$\therefore BC^2 = HB \cdot OC = 4HB$,

$\therefore HB = \frac{BC^2}{4}$,

$\therefore OH = OB - HB = 4 - \frac{BC^2}{4}$

$\because CB = CH$,

$$\therefore OH+HC=4-\frac{BC^2}{4}+BC,$$

当 $\angle BOC=90^\circ$,

此时 $BC=4\sqrt{2}$

$\therefore \angle BOC < 90^\circ$,

$\therefore 0 < BC < 4\sqrt{2}$,

令 $BC=x$

$$\therefore OH+HC = -\frac{1}{4}(x-2)^2+5$$

当 $x=2$ 时,

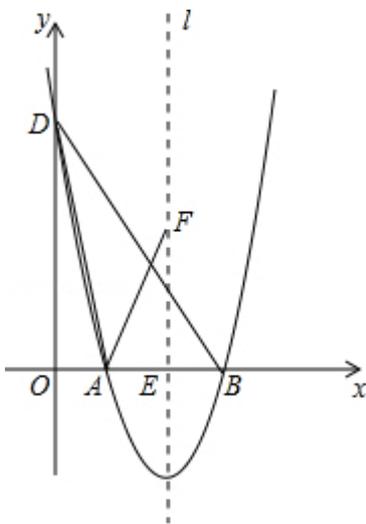
$\therefore OH+HC$ 可取得最大值, 最大值为 5

26. (12分) 如图, 已知二次函数 $y=ax^2-5\sqrt{3}x+c$ ($a>0$) 的图象与 x 轴相交于不同的两点 $A(x_1, 0)$, $B(x_2, 0)$, 且 $x_1 < x_2$,

(1) 若抛物线的对称轴为 $x=\sqrt{3}$, 求 a 的值;

(2) 若 $a=15$, 求 c 的取值范围;

(3) 若该抛物线与 y 轴相交于点 D , 连接 BD , 且 $\angle OBD=60^\circ$, 抛物线的对称轴 l 与 x 轴相交于点 E , 点 F 是直线 l 上的一点, 点 F 的纵坐标为 $3+\frac{1}{2a}$, 连接 AF , 满足 $\angle ADB=\angle AFE$, 求该二次函数的解析式.



【解答】 解: (1) 抛物线的对称轴是: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5\sqrt{3}}{2a} = \sqrt{3}$, 解得: $a = \frac{5}{2}$;

(2) 由题意得二次函数解析式为: $y=15x^2-5\sqrt{3}x+c$,

\therefore 二次函数与 x 轴有两个交点,

$\therefore \Delta > 0$,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-5\sqrt{3})^2 - 4 \times 15c,$$

$$\therefore c < \frac{5}{4};$$

(3) 解法一: $\because \angle BOD = 90^\circ$, $\angle DBO = 60^\circ$,

$$\therefore \tan 60^\circ = \frac{OD}{OB} = \frac{c}{OB} = \sqrt{3},$$

$$\therefore OB = \frac{\sqrt{3}}{3}c,$$

$$\therefore B \left(\frac{\sqrt{3}}{3}c, 0 \right),$$

把 $B \left(\frac{\sqrt{3}}{3}c, 0 \right)$ 代入 $y = ax^2 - 5\sqrt{3}x + c$ 中得: $\frac{ac^2}{3} - 5\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}c}{3} + c = 0,$

$$\frac{ac^2}{3} - 5c + c = 0,$$

$$\therefore c \neq 0,$$

$$\therefore ac = 12,$$

$$\therefore c = \frac{12}{a},$$

把 $c = \frac{12}{a}$ 代入 $y = ax^2 - 5\sqrt{3}x + c$ 中得:

$$y = a \left(x^2 - \frac{5\sqrt{3}x}{a} + \frac{12}{a^2} \right) = a \left(x - \frac{4\sqrt{3}}{a} \right) \left(x - \frac{\sqrt{3}}{a} \right),$$

$$\therefore x_1 = \frac{4\sqrt{3}}{a}, x_2 = \frac{\sqrt{3}}{a},$$

$$\therefore A \left(\frac{\sqrt{3}}{a}, 0 \right), B \left(\frac{4\sqrt{3}}{a}, 0 \right), D \left(0, \frac{12}{a} \right),$$

$$\therefore AB = \frac{4\sqrt{3}}{a} - \frac{\sqrt{3}}{a} = \frac{3\sqrt{3}}{a}, AE = \frac{3\sqrt{3}}{2a},$$

$$\therefore F \text{ 的纵坐标为 } 3 + \frac{1}{2a},$$

$$\therefore F \left(\frac{5\sqrt{3}}{2a}, \frac{6a+1}{2a} \right),$$

过点 A 作 $AG \perp DB$ 于 G ,

$$\therefore BG = \frac{1}{2}AB = AE = \frac{3\sqrt{3}}{2a}, AG = \frac{9}{2a},$$

$$DG = DB - BG = \frac{8\sqrt{3}}{a} - \frac{3\sqrt{3}}{2a} = \frac{13\sqrt{3}}{2a},$$

$$\therefore \angle ADB = \angle AFE, \angle AGD = \angle FEA = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ADG \sim \triangle AFE,$$

$$\therefore \frac{AE}{AG} = \frac{FE}{DG},$$

$$\therefore \frac{\frac{3\sqrt{3}}{9}}{\frac{2a}{2a}} = \frac{\frac{6a+1}{2a}}{\frac{13\sqrt{3}}{2a}},$$

$$\therefore a=2, c=6,$$

$$\therefore y=2x^2 - 5\sqrt{3}x+6;$$

解法二: Rt $\triangle DOB$ 中, $\angle OBD=60^\circ$,

$$\tan \angle OBD = \frac{OD}{OB}, \tan 60^\circ = \frac{c}{OB},$$

$$OB = \frac{\sqrt{3}}{3}c,$$

$$\therefore B \left(\frac{\sqrt{3}}{3}c, 0 \right),$$

把 $B \left(\frac{\sqrt{3}}{3}c, 0 \right)$ 代入二次函数 $y=ax^2 - 5\sqrt{3}x+c$ 中,

$$a \cdot \frac{c^2}{3} - 5\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}c + c = 0,$$

$$\therefore c \neq 0,$$

$$ac = 12,$$

$$c = \frac{12}{a},$$

$$\therefore B \left(\frac{4\sqrt{3}}{a}, 0 \right),$$

$$\therefore y = ax^2 - 5\sqrt{3}x + \frac{12}{a},$$

$$\therefore x_1 + \frac{4\sqrt{3}}{a} = \frac{5\sqrt{3}}{a}, \quad x_1 = \frac{\sqrt{3}}{a},$$

$$\therefore A \left(\frac{\sqrt{3}}{a}, 0 \right),$$

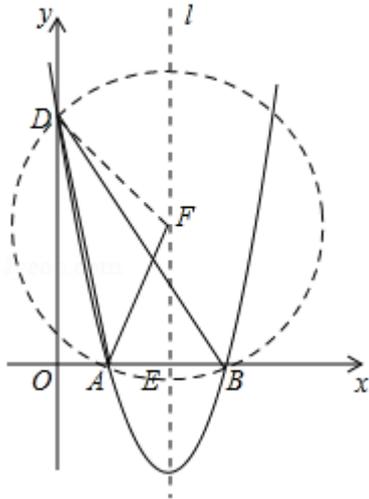
$$\therefore E \left(\frac{5\sqrt{3}}{2a}, 0 \right),$$

$$\therefore F \left(\frac{5\sqrt{3}}{2a}, 3 + \frac{1}{2a} \right),$$

连接 DF ,

$$\therefore \angle AFE = \angle ADB,$$

$\therefore A, B, D$ 三点在以点 F 圆心的圆上,



$\therefore DF=AF,$

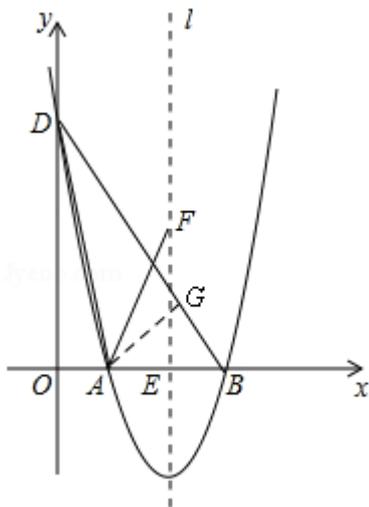
$\therefore D(0, \frac{12}{a}),$

由勾股定理得: $(\frac{5\sqrt{3}}{2a})^2 + (3 + \frac{1}{2a} - \frac{12}{a})^2 = (\frac{\sqrt{3}}{a} - \frac{5\sqrt{3}}{2a})^2 + (3 + \frac{1}{2a})^2,$

解得: $a=2,$

$\therefore c=6,$

$\therefore y=2x^2 - 5\sqrt{3}x+6; .$



关注“数学吧”公众号，海量免费试卷下载！

