2015年湖南省株洲市中考数学试卷(参考答案)

一.选择题（每小题3分，共24分）

1．（3分）2的相反数是（　　）

A．﹣2　　B．2　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

【解答】解：2的相反数等于﹣2．

故选：A．

2．（3分）已知∠α＝35°，那么∠α的余角等于（　　）

A．35°　　B．55°　　C．65°　　D．145°

【解答】解：∵∠α＝35°，

∴它的余角等于90°﹣35°＝55°．

故选：B．

3．（3分）下列等式中，正确的是（　　）

A．$3a-2a=1$　　B．$a^2\cdot a^3=a^5$

C．$(-2a^3)^2=-4a^6$　　D．$(a-b)^2=a^2-b^2$

然后选择正确选项．

【解答】解：A、$3a-2a=a$，原式计算错误，故本选项错误；

B、$a^2\cdot a^3=a^5$，原式计算正确，故本选项正确；

C、$(-2a^3)^2=4a^6$，原式计算错误，故本选项错误；

D、$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，原式计算错误，故本选项错误．

故选：B．

4．（3分）下列几何图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A．等腰三角形　　B．正三角形　　C．平行四边形　　D．正方形

【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形．故错误；

B、是轴对称图形，不是中心对称图形．故错误；

C、不是轴对称图形，是中心对称图形．故错误；

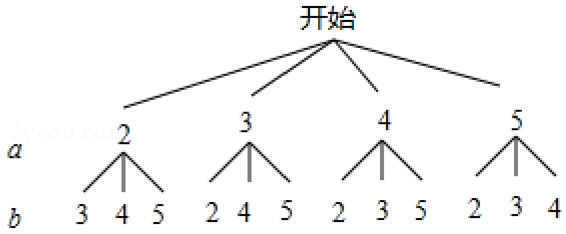
D、既是轴对称图形，又是中心对称图形．故正确．

故选：D．

5．（3分）从2，3，4，5中任意选两个数，记作a和b，那么点（a，b）在函数$y=\frac{12}{x}$图象上的概率是（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　　　B．$\frac{1}{3}$　　　　C．$\frac{1}{4}$　　　　D．$\frac{1}{6}$

【解答】解：画树状图得：

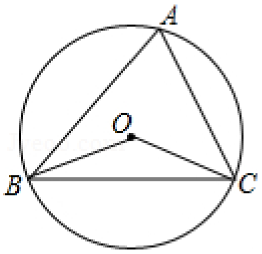


∵共有 12 种等可能的结果，点（a，b）在函数 $y=\frac{12}{x}$图象上的有（3，4），（4，3）；

∴点（a，b）在函数 $y=\frac{12}{x}$图象上的概率是：$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

故选：D．

6．（3 分）如图，圆 O 是△ABC 的外接圆，∠A＝68°，则∠OBC 的大小是（　　）



A．22°　　　　B．26°　　　　C．32°　　　　D．68°

【解答】解：∵∠A 与∠BOC 是同弧所对的圆周角与圆心角，∠A＝68°，

∴∠BOC＝2∠A＝136°．

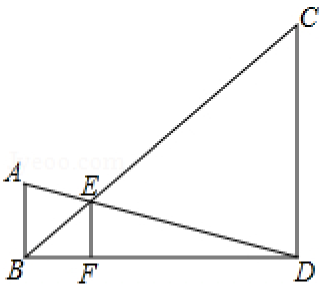
∵OB＝OC，

∴∠OBC=$\frac{180°-136°}{2}$=22°．

故选：A．

弧所对的圆心角的一半是解答此题的关键．

7．（3 分）如图，已知 AB、CD、EF 都与 BD 垂直，垂足分别是 B、D、F，且 AB＝1，CD＝3，那么 EF 的长是（　　）



A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{5}$

【解答】解：∵AB、CD、EF 都与 BD 垂直，

∴$AB // CD // EF$，

∴$\triangle DEF \backsim \triangle DAB$，$\triangle BEF \backsim \triangle BCD$，

∴$\frac{EF}{AB}=\frac{DF}{DB}$，$\frac{EF}{CD}=\frac{BF}{BD}$，

∴$\frac{EF}{AB}+\frac{EF}{CD}=\frac{DF}{DB}+\frac{BF}{BD}=\frac{BD}{BD}=1$．

∵$AB=1$，$CD=3$，

∴$\frac{EF}{1}+\frac{EF}{3}=1$，

∴$EF=\frac{3}{4}$．

故选：C．

8．（3 分）有两个一元二次方程 M：$ax^2+bx+c=0$；N：$cx^2+bx+a=0$，其中 $a \cdot c \neq 0$，$a \neq c$．下列四个结论中，错误的是（　　）

A．如果方程 M 有两个相等的实数根，那么方程 N 也有两个相等的实数根

B．如果方程 M 的两根符号相同，那么方程 N 的两根符号也相同

C．如果 5 是方程 M 的一个根，那么$\frac{1}{5}$是方程 N 的一个根

D．如果方程 M 和方程 N 有一个相同的根，那么这个根必是 $x=1$

【解答】解：A、如果方程 M 有两个相等的实数根，那么$\triangle=b^2-4ac=0$，所以方程 N 也有两个相等的实数根，结论正确，不符合题意；

B、如果方程 M 的两根符号相同，那么$\triangle=b^2-4ac \geqslant 0$，$\frac{c}{a}>0$，所以 a 与 c 符号相同，$\frac{a}{c}>0$，所以方程 N 的两根符号也相同，结论正确，不符合题意；

C、如果 5 是方程 M 的一个根，那么 $25a+5b+c=0$，两边同时除以 25，得$\frac{1}{25}c+\frac{1}{5}b+a=0$，所以$\frac{1}{5}$是方程 N 的一个根，结论正确，不符合题意；

D、如果方程 M 和方程 N 有一个相同的根，那么 $ax^2+bx+c=cx^2+bx+a$，$(a-c)x^2=a-c$，由 $a \neq c$，得 $x^2=1$，$x=\pm 1$，结论错误，符合题意；

故选：D．

二.填空题（每小题 3 分，共 24 分）

9．（3 分）如果手机通话每分钟收费 m 元，那么通话 n 分钟收费__mn__元．

【解答】解：依题意得 通话 n 分钟收费为：mn．

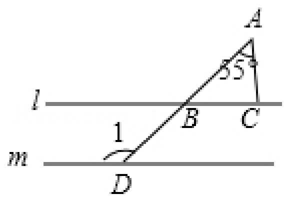
故答案是：mn．

10．（3 分）在平面直角坐标系中，点（﹣3，2）关于 y 轴的对称点的坐标是　（3，2）　．

【解答】解：在平面直角坐标系中，点（﹣3，2）关于 y 轴的对称点的坐标是（3，2），

故答案为：（3，2）．

11．（3 分）如图，$l // m$，$\angle 1=120°$，$\angle A=55°$，则 $\angle ACB$ 的大小是　$65°$　．



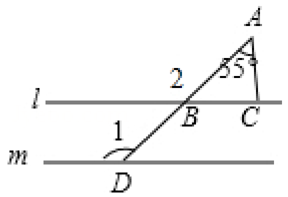
【解答】解：∵$l // m$，

∴$\angle 2=\angle 1=120°$，

∵$\angle 2=\angle ACB+\angle A$，

∴$\angle ACB=120°-55°=65°$．

故答案为 $65°$．



12．（3 分）某大学自主招生考试只考数学和物理．计算综合得分时，按数学占 60%，物理占 40%计算．已知孔明数学得分为 95 分，综合得分为 93 分，那么孔明物理得分是　90　分．

【解答】解：$(93-95\times 60\%)\div 40\%$

$=(93-57)\div 40\%$

$=36\div 40\%$

$=90$．

故答案为：90．

13．（3 分）因式分解：$x^2(x-2)-16(x-2)=$　$(x-2)(x+4)(x-4)$　．

【解答】解：原式$=(x-2)(x^2-16)$

$=(x-2)(x+4)(x-4)$．

故答案为：$(x-2)(x+4)(x-4)$．

14．（3 分）已知直线 $y=2x+(3-a)$ 与 x 轴的交点在 A（2，0）、B（3，0）之间（包括 A、B 两点），

则 a 的取值范围是 <u>$7\leqslant a\leqslant 9$</u>．

【解答】解：∵直线 $y=2x+(3-a)$ 与 x 轴的交点在 $A(2，0)$、$B(3，0)$ 之间（包括 A、B 两点），

∴$2\leqslant x\leqslant 3$，

令 $y=0$，则 $2x+(3-a)=0$，

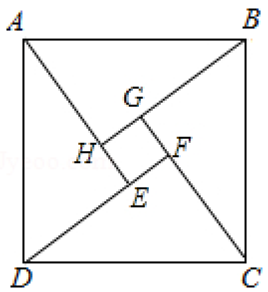
解得 $x=\frac{a-3}{2}$，

则 $2\leq\frac{a-3}{2}\leq 3$，

解得 $7\leqslant a\leqslant 9$．

故答案是：$7\leqslant a\leqslant 9$．

15．（3 分）如图是“赵爽弦图”，△ABH、△BCG、△CDF 和△DAE 是四个全等的直角三角形，四边形 $ABCD$ 和 $EFGH$ 都是正方形．如果 $AB=10$，$EF=2$，那么 AH 等于 <u>6</u>．



【解答】解：∵$AB=10$，$EF=2$，

∴大正方形的面积是 100，小正方形的面积是 4，

∴四个直角三角形面积和为 $100-4=96$，设 AE 为 a，DE 为 b，即 $4\times\frac{1}{2}ab=96$，

∴$2ab=96$，$a^2+b^2=100$，

∴$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=100+96=196$，

∴$a+b=14$，

∵$a-b=2$，

解得：$a=8$，$b=6$，

∴$AE=8$，$DE=6$，

∴$AH=8-2=6$．

故答案为：6．

16．（3 分）“皮克定理”是用来计算顶点在整点的多边形面积的公式，公式表达式为 $S=a+\frac{b}{2}-1$，孔明只记得公式中的 S 表示多边形的面积，a 和 b 中有一个表示多边形边上（含顶点）的整点个数，另一个表示多边形内部的整点个数，但不记得究竟是 a 还是 b 表示多边形内部的整点个数，请你选择一些特殊

的多边形（如图 1）进行验证，得到公式中表示多边形内部的整点个数的字母是___a___，并运用这个公式求得图 2 中多边形的面积是___17.5___.

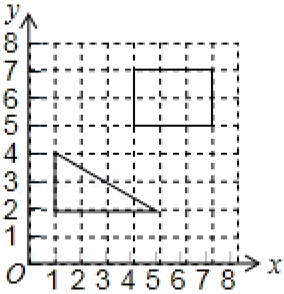


图1

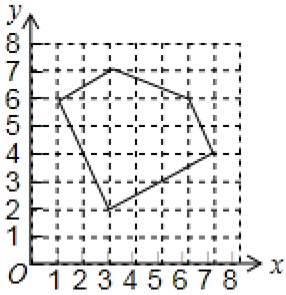


图2

【解答】解：如图 1，

∵三角形内由 1 个格点，边上有 8 个格点，面积为 4，即 $4=1+\frac{8}{2}-1$；

矩形内由 2 个格点，边上有 10 个格点，面积为 6，即 $6=2+\frac{10}{2}-1$；

∴公式中表示多边形内部整点个数的字母是 a；

图 2 中，$a=15$，$b=7$，故 $S=15+\frac{7}{2}-1=17.5$.

故答案为：a，17.5.

三.解答题（共 8 小题，共 52 分）

17. （4 分）计算：$|-3|+(2015-\pi)^{0}-2\sin 30^{\circ}$.

【解答】解：原式$=3+1-2\times\frac{1}{2}=3+1-1=3$.

18. （4 分）先化简，再求值：$\left(\frac{x}{x-2}-\frac{3}{x-2}\right)\cdot\frac{x^2-4}{x-3}$，其中 $x=4$.

【解答】解：原式$=\frac{x-3}{x-2}\cdot\frac{(x-2)(x+2)}{x-3}$

$=x+2$，

当 $x=4$ 时，原式$=6$.

19. （6 分）为了举行班级晚会，孔明准备去商店购买 20 个乒乓球做道具，并买一些乒乓球拍做奖品．已知乒乓球每个 1.5 元，球拍每个 22 元．如果购买金额不超过 200 元，且买的球拍尽可能多，那么孔明应该买多少个球拍？

【解答】解：设购买球拍 x 个，依题意得：

$1.5\times 20+22x\leqslant 200$，

解之得：$x\leqslant 7\frac{8}{11}$，

由于 x 取整数，故 x 的最大值为 7，

答：孔明应该买 7 个球拍.

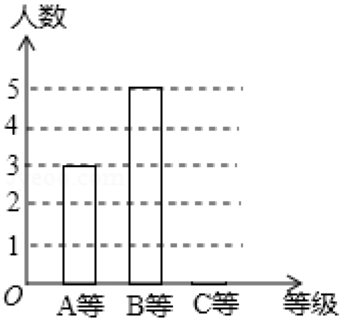
20．（6 分）某学校举行一次体育测试，从所有参加测试的中学生中随机的抽取 10 名学生的成绩，制作出如下统计表和条形图，请解答下列问题：

（1）孔明同学这次测试的成绩是 87 分，则他的成绩等级是 __A__ 等；

（2）请将条形统计图补充完整；

（3）已知该校所有参加这次测试的学生中，有 60 名学生成绩是 A 等，请根据以上抽样结果，估计该校参加这次测试的学生总人数是多少人.

编号	成绩	等级	编号	成绩	等级
①	95	A	⑥	76	B
②	78	B	⑦	85	A
③	72	C	⑧	82	B
④	79	B	⑨	77	B
⑤	92	A	⑩	69	C



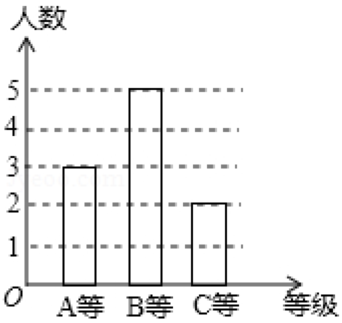
【解答】解：（1）由统计图可知 A 等是 $85\leqslant x<100$，

∴孔明同学的成绩等级是 A 等；

（2）如图：

（3）$60\div\frac{3}{10}=200$，

∴该校参加这次测试的学生总人数是 200 人.



21．（6 分）P 表示 n 边形对角线的交点个数（指落在其内部的交点），如果这些交点都不重合，那么 P 与 n 的关系式是

$P=\frac{n(n-1)}{24}$（n^2-an+b）（其中 a，b 是常数，$n\geqslant 4$）

（1）填空：通过画图可得：

四边形时，$P=$__1__（填数字）；五边形时，$P=$__5__（填数字）

（2）请根据四边形和五边形对角线的交点个数，结合关系式，求 a 和 b 的值．（注：本题中的多边形均指凸多边形）

【解答】解：（1）如图所示：四边形时，$P=1$；五边形时，$P=5$；

故答案为：1，5；

（2）由（1）得：$\begin{cases}\frac{4(4-1)}{24}(4^2-4a+b)=1\\ \frac{5(5-1)}{24}(5^2-5a+b)=5\end{cases}$，

整理得：$\begin{cases}4a-b=14\\ 5a-b=19\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a=5\\ b=6\end{cases}$．

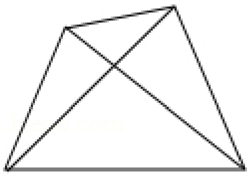


图1

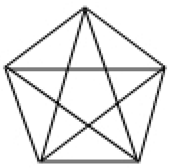
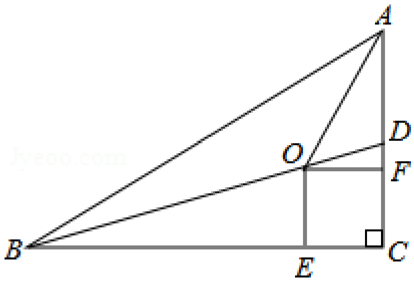


图2

22．（8 分）如图，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，BD 是△ABC 的一条角平分线．点 O、E、F 分别在 BD、BC、AC 上，且四边形 $OECF$ 是正方形．

（1）求证：点 O 在∠BAC 的平分线上；

（2）若 $AC=5$，$BC=12$，求 OE 的长．



【解答】（1）证明：过点 O 作 $OM\perp AB$，

∵BD 是∠ABC 的一条角平分线，

∴$OE=OM$，

∵四边形 $OECF$ 是正方形，

∴$OE=OF$，

∴$OF=OM$，

∴AO 是∠BAC 的角平分线，即点 O 在∠BAC 的平分线上；

（2）解：∵在 Rt△ABC 中，$AC=5$，$BC=12$，

∴$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13$，

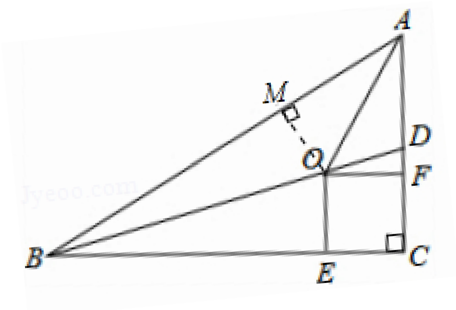
设 $CE=CF=x$，$BE=BM=y$，$AM=AF=z$，

∴$\begin{cases}x+y=12\\y+z=13\\x+z=5\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=2\\y=10\\z=3\end{cases}$，

∴$CE=2$，

∴$OE=2$．



23．（8 分）已知 AB 是圆 O 的切线，切点为 B，直线 AO 交圆 O 于 C、D 两点，$CD=2$，$\angle DAB=30°$，动点 P 在直线 AB 上运动，PC 交圆 O 于另一点 Q．

（1）当点 P 运动到使 Q、C 两点重合时（如图 1），求 AP 的长；

（2）点 P 在运动过程中，有几个位置（几种情况）使△CQD 的面积为$\frac{1}{2}$？（直接写出答案）

（3）当△CQD 的面积为$\frac{1}{2}$，且 Q 位于以 CD 为直径的上半圆，$CQ>QD$ 时（如图 2），求 AP 的长．

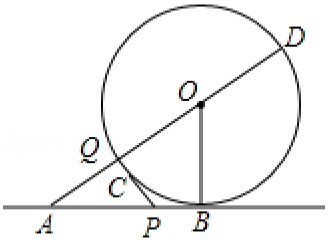


图1

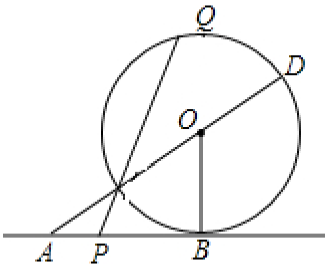


图2

【解答】解：（1）∵AB 与⊙O 相切于点 B，∴$\angle ABO=90°$．

∵$\angle DAB=30°$，$OB=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\times 2=1$，

∴$AO=2OB=2$，$AC=AO-CO=2-1=1$．

当 Q、C 两点重合时，CP 与⊙O 相切于点 C，如图 1，

则有$\angle ACP=90°$，

∴$\cos\angle CAP=\frac{AC}{AP}=\frac{1}{AP}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

解得 $AP=\frac{2\sqrt{3}}{3}$；

（2）有 4 个位置使△CQD 的面积为$\frac{1}{2}$．

提示：设点 Q 到 CD 的距离为 h，

∵$S_{\triangle CQD}=\frac{1}{2}CD\bullet h=\frac{1}{2}\times 2\times h=\frac{1}{2}$，

∴$h=\frac{1}{2}$．

由于 $h=\frac{1}{2}<1$，结合图 2 可得：

有 4 个位置使△CQD 的面积为$\frac{1}{2}$；

（3）过点 Q 作 $QN\perp CD$ 于 N，过点 P 作 $PM\perp CD$ 于 M，如图 3．

∵$S_{\triangle CQD}=\frac{1}{2}CD\bullet QN=\frac{1}{2}\times 2\times QN=\frac{1}{2}$，

∴$QN=\frac{1}{2}$．

∵CD 是⊙O 的直径，$QN\perp CD$，

∴$\angle CQD=\angle QND=\angle QNC=90°$，

∴$\angle CQN=90°-\angle NQD=\angle NDQ$，

∴△QNC∽△DNQ，

∴$\frac{QN}{DN}=\frac{NC}{NQ}$，

∴$QN^2=CN\cdot DN$，

设 $CN=x$，则有$\frac{1}{4}=x(2-x)$，

整理得 $4x^2-8x+1=0$，

解得：$x_1=\frac{2-\sqrt{3}}{2}$，$x_2=\frac{2+\sqrt{3}}{2}$.

∵$CQ>QD$，∴$x=\frac{2+\sqrt{3}}{2}$，

∴$\frac{NC}{QN}=2+\sqrt{3}$.

∵$QN\perp CD$，$PM\perp CD$，

∴$\angle PMC=\angle QNC=90°$．

∵$\angle MCP=\angle NCQ$，

∴△PMC∽△QNC，

∴$\frac{MC}{MP}=\frac{NC}{NQ}=2+\sqrt{3}$，

∴$MC=(2+\sqrt{3})MP$.

在 Rt△AMP 中，

$\tan\angle MAP=\frac{MP}{AM}=\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴$AM=\sqrt{3}MP$.

∵$AC=AM+MC=\sqrt{3}MP+(2+\sqrt{3})MP=1$，

∴$MP=\frac{\sqrt{3}-1}{4}$，

∴$AP=2MP=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

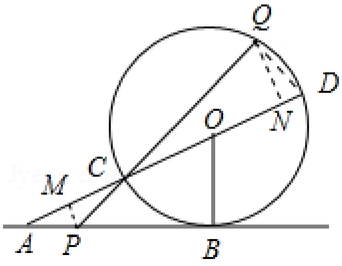


图3

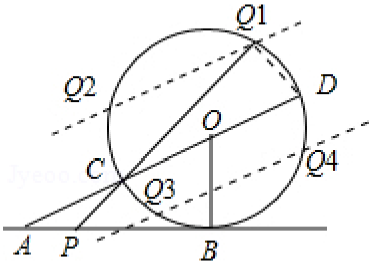


图2

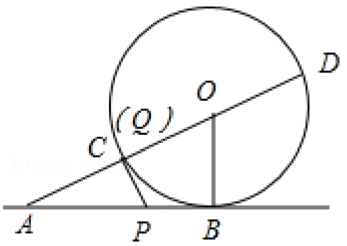


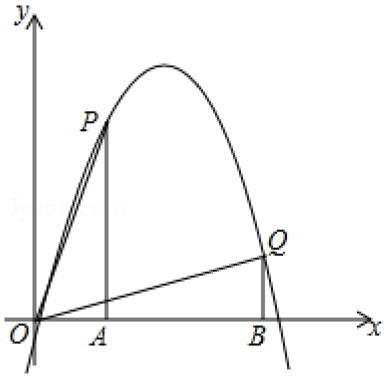
图1

24．（10 分）已知抛物线的表达式为 $y=-x^2+6x+c$．

（1）若抛物线与 x 轴有交点，求 c 的取值范围；

（2）设抛物线与 x 轴两个交点的横坐标分别为 x_1、x_2，若 $x_1^2+x_2^2=26$，求 c 的值；

（3）若 P、Q 是抛物线上位于第一象限的不同两点，PA、QB 都垂直于 x 轴，垂足分别为 A、B，且△OPA 与△OQB 全等，求证：$c>-\frac{21}{4}$．



【解答】解：（1）∵抛物线与 x 轴有交点，

∴$b^2-4ac\geqslant 0$，

∴$36+4c\geqslant 0$，

∴$c\geqslant -9$．

（2）∵$x_1+x_2=6$，$x_1x_2=-c$，

∴$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=36+2c=26$

∴$c=-5$．

（3）∵△OPA≌△QOB，

∴$OA=BQ$，$AP=OB$，

∴可以设 P（m，n），则 Q（n，m）

将 P（m，n），Q（n，m）代入原解析式中得：$\begin{cases}-m^2+6m+c=n① \\ -n^2+6n+c=m②\end{cases}$

①－②得：$n^2-m^2+6m-6n=n-m$

∴$n^2-m^2+7m-7n=0$，

∴（$n-m$）（$n+m-7$）＝0，

∴$m=n$ 或 $m=7-n$，

∵m，n 不相等，

∴$m=7-n$，

将 $m=7-n$ 代入②得：$n^2-7n+7-c=0$，

∵$b^2-4ac>0$，

∴$49-4(7-c)>0$，

∴$c>-\frac{21}{4}$.