

2014 年湖南省株洲市中考数学试卷 参考答案与试题解析

一、选择题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

1. (3 分) 下列各数中, 绝对值最大的数是()

- A. -3 B. -2 C. 0 D. 1

【解答】解: $|-3| > |-2| > |1| > |0|$,

故选: A.

2. (3 分) x 取下列各数中的哪个数时, 二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义()

- A. -2 B. 0 C. 2 D. 4

【解答】解: 依题意, 得 $x-3 \geq 0$, 解得, $x \geq 3$.

观察选项, 只有 D 符合题意.

故选: D.

3. (3 分) 下列说法错误的是()

- A. 必然事件的概率为 1
 B. 数据 1、2、2、3 的平均数是 2
 C. 数据 5、2、-3、0 的极差是 8
 D. 如果某种游戏活动的中奖率为 40%, 那么参加这种活动 10 次必有 4 次中奖

【解答】解: A. 概率值反映了事件发生的机会的大小, 必然事件是一定发生的事件, 所以概率为 1, 本项正确;

B. 数据 1、2、2、3 的平均数是 $\frac{1+2+2+3}{4} = 2$, 本项正确;

C. 这些数据的极差为 $5 - (-3) = 8$, 故本项正确;

D. 某种游戏活动的中奖率为 40%, 属于不确定事件, 可能中奖, 也可能不中奖, 故本说法错误,

故选: D.

4. (3 分) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 (2,3), 那么下列四个点中, 也在这个函数图象上的是()

- A. (-6,1) B. (1,6) C. (2,-3) D. (3,-2)

【解答】解: \because 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 (2,3), $\therefore k = 2 \times 3 = 6$,

A、 $\because (-6) \times 1 = -6 \neq 6$, \therefore 此点不在反比例函数图象上;

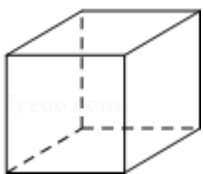
B、 $\because 1 \times 6 = 6$, \therefore 此点在反比例函数图象上;

C、 $\because 2 \times (-3) = -6 \neq 6$, \therefore 此点不在反比例函数图象上;

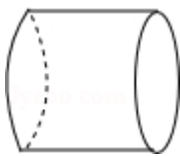
D、 $\because 3 \times (-2) = -6 \neq 6$, \therefore 此点不在反比例函数图象上.

故选: B.

5. (3 分) 下列几何体中, 有一个几何体的主视图与俯视图的形状不一样, 这个几何体是()



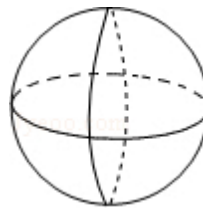
A. 正方体



B. 圆柱



C. 圆锥



D. 球

【解答】解: A、主视图、俯视图都是正方形, 故 A 不符合题意;

B、主视图、俯视图都是矩形, 故 B 不符合题意;

C、主视图是三角形、俯视图是圆形, 故 C 符合题意;

D、主视图、俯视图都是圆, 故 D 不符合题意;

故选: C.

6. (3分) 一元一次不等式组 $\begin{cases} 2x+1>0 \\ x-5\leq 0 \end{cases}$ 的解集中, 整数解的个数是()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【解答】解: \because 解不等式 $2x+1>0$ 得: $x>-\frac{1}{2}$,

解不等式 $x-5\leq 0$ 得: $x\leq 5$,

\therefore 不等式组的解集是 $-\frac{1}{2}<x\leq 5$,

整数解为 0, 1, 2, 3, 4, 5, 共 6 个,

故选: C.

7. (3分) 已知四边形 ABCD 是平行四边形, 再从① $AB=BC$, ② $\angle ABC=90^\circ$, ③ $AC=BD$, ④ $AC\perp BD$ 四个条件中, 选两个作为补充条件后, 使得四边形 ABCD 是正方形, 现有下列四种选法, 其中错误的是()

- A. 选①② B. 选②③ C. 选①③ D. 选②④

【解答】解: A、由①得有一组邻边相等的平行四边形是菱形, 由②得有一个角是直角的平行四边形是矩形, 所以平行四边形 ABCD 是正方形, 正确, 故本选项不符合题意;

B、由②得有一个角是直角的平行四边形是矩形, 由③得对角线相等的平行四边形是矩形, 所以不能得出平行四边形 ABCD 是正方形, 错误, 故本选项符合题意;

C、由①得有一组邻边相等的平行四边形是菱形, 由③得对角线相等的平行四边形是矩形, 所以平行四边形 ABCD 是正方形, 正确, 故本选项不符合题意;

D、由②得有一个角是直角的平行四边形是矩形, 由④得对角线互相垂直的平行四边形是菱形, 所以平行四边形 ABCD 是正方形, 正确, 故本选项不符合题意.

故选: B.

8. (3分) 在平面直角坐标系中, 孔明做走棋的游戏, 其走法是: 棋子从原点出发, 第 1 步向右走 1 个单位, 第 2 步向右走 2 个单位, 第 3 步向上走 1 个单位, 第 4 步向右走 1 个单位...依此类推, 第 n 步的走法是: 当 n 能被 3 整除时, 则向上走 1 个单位; 当 n 被 3 除, 余数为 1 时, 则向右走 1 个单位; 当 n 被 3 除, 余数为 2 时, 则向右走 2 个单位, 当走完第 100 步时, 棋子所处位置的坐标是()

- A. (66,34) B. (67,33) C. (100,33) D. (99,34)

【解答】解: 由题意得, 每 3 步为一个循环组依次循环, 且一个循环组内向右 3 个单位, 向上 1 个单位,

$\therefore 100\div 3=33$ 余 1,

\therefore 走完第 100 步, 为第 34 个循环组的第 1 步,

所处位置的横坐标为 $33\times 3+1=100$, 纵坐标为 $33\times 1=33$,

\therefore 棋子所处位置的坐标是 (100,33).

故选: C.

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. (3分) 计算: $2m^2\cdot m^8 = \underline{\quad} 2m^{10} \underline{\quad}$.

【解答】解: $2m^2\cdot m^8 = 2m^{10}$,

故答案为: $2m^{10}$.

10. (3分) 据教育部统计, 参加 2014 年全国高等学校招生考试的考生约为 9390000 人, 用科学记数法表示 9390000 是 9.39×10^6 .

【解答】解: 将 9390000 用科学记数法表示为: 9.39×10^6 .

故答案为: 9.39×10^6 .

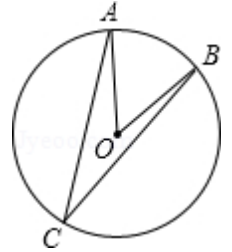
11. (3分) 如图, 点 A、B、C 都在圆 O 上, 如果 $\angle AOB + \angle ACB = 84^\circ$, 那么 $\angle ACB$ 的大小是 28° .

【解答】解: $\because \angle AOB = 2\angle ACB, \angle AOB + \angle ACB = 84^\circ$

$$\therefore 3\angle ACB = 84^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = 28^\circ.$$

故答案为: 28° .



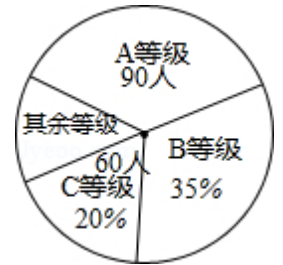
12. (3分) 某校根据去年初三学生参加中考的数学成绩的等级, 绘制成如图的扇形统计图, 则表示 A 等级的扇形的圆心角的大小为 108° .

【解答】解: 参加中考的人数为: $60 \div 20\% = 300$ 人,

$$A \text{ 等级所占的百分比为: } \frac{90}{300} \times 100\% = 30\%,$$

所以, 表示 A 等级的扇形的圆心角的大小为 $360^\circ \times 30\% = 108^\circ$.

故答案为: 108° .



13. (3分) 孔明同学在距某电视塔塔底水平距离 500 米处, 看塔顶的仰角为 20° (不考虑身高因素), 则此塔高约为 182 米 (结果保留整数, 参考数据: $\sin 20^\circ \approx 0.3420, \sin 70^\circ \approx 0.9397, \tan 20^\circ \approx 0.3640, \tan 70^\circ \approx 2.7475$).

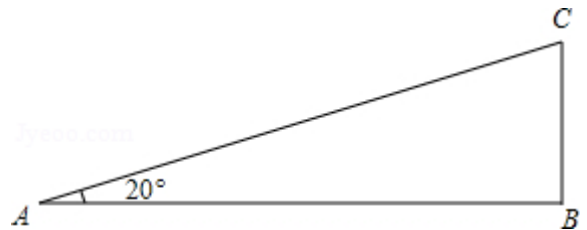
【解答】解: 在 $Rt\triangle ABC$ 中,

$$AB = 500 \text{ 米}, \angle BAC = 20^\circ,$$

$$\therefore \frac{BC}{AB} = \tan 20^\circ,$$

$$\therefore BC = AB \tan 20^\circ = 500 \times 0.3640 = 182 \text{ (米)}.$$

故答案为: 182.



14. (3分) 分解因式: $x^2 + 3x(x-3) - 9 = (x-3)(4x+3)$.

【解答】解: $x^2 + 3x(x-3) - 9$

$$= x^2 - 9 + 3x(x-3)$$

$$= (x-3)(x+3) + 3x(x-3)$$

$$= (x-3)(x+3+3x)$$

$$= (x-3)(4x+3).$$

故答案为: $(x-3)(4x+3)$.

15. (3分) 直线 $y = k_1x + b_1 (k_1 > 0)$ 与 $y = k_2x + b_2 (k_2 < 0)$ 相交于点 $(-2, 0)$, 且两直线与 y 轴围成的三角形面积为 4, 那么 $b_1 - b_2$ 等于 4.

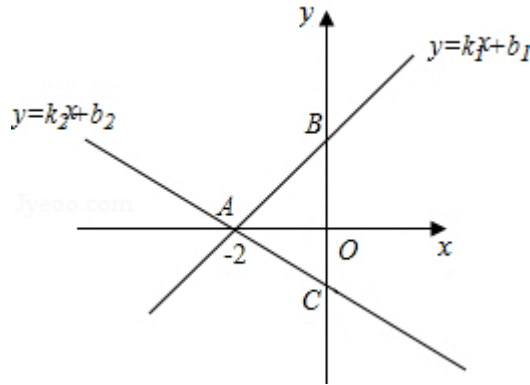
【解答】解: 如图, 直线 $y = k_1x + b_1 (k_1 > 0)$ 与 y 轴交于 B 点, 则 $OB = b_1$, 直线 $y = k_2x + b_2 (k_2 < 0)$ 与 y 轴交于 C, 则 $OC = -b_2$, $\therefore \triangle ABC$ 的面积为 4,

$$\therefore \frac{1}{2}OA \cdot OB + \frac{1}{2}OA \cdot OC = 4,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2 \cdot b_1 + \frac{1}{2} \times 2 \cdot (-b_2) = 4,$$

解得: $b_1 - b_2 = 4$.

故答案为: 4.



16. (3分) 如果函数 $y = (a-1)x^2 + 3x + \frac{a+5}{a-1}$ 的图象经过平面直角坐标系的四个象限, 那么 a 的取值范围是 $a < -5$.

【解答】 解: 函数图象经过四个象限, 需满足 3 个条件:

(I) 函数是二次函数. 因此 $a-1 \neq 0$, 即 $a \neq 1$ ①

(II) 二次函数与 x 轴有两个交点. 因此 $\Delta = 9 - 4(a-1)\frac{a+5}{a-1} = -4a - 11 > 0$, 解得 $a < -\frac{11}{4}$ ②

(III) 两个交点必须要在 y 轴的两侧. 因此 $\frac{a+5}{(a-1)^2} < 0$, 解得 $a < -5$ ③

综合①②③式, 可得: $a < -5$.

故答案为: $a < -5$.

三、解答题 (共 8 小题, 满分 52 分)

17. (4分) 计算: $\sqrt{16} + (\pi - 3)^0 - \tan 45^\circ$.

【解答】 解: 原式 = $4 + 1 - 1 = 4$.

18. (4分) 先化简, 再求值: $\frac{4}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{2} - 3(x-1)$, 其中 $x=2$.

【解答】 解: 原式 = $\frac{4}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{2} - 3x + 3 = 2x + 2 - 3x + 3 = 5 - x$,

当 $x=2$ 时, 原式 = $5 - 2 = 3$.

19. (6分) 我市通过网络投票选出了一批“最有孝心的美少年”. 根据各县市区的入选结果制作出如下统计表, 后来发现, 统计表中前三行的所有数据都是正确的, 后三行中有一个数据是错误的. 请回答下列问题:

(1) 统计表中 $a = 0.1$, $b =$ _____;

(2) 统计表后三行中哪一个数据是错误的? 该数据的正确值是多少?

(3) 株洲市决定从来自炎陵县的 4 位“最有孝心的美少年”中, 任选两位作为市级形象代言人. A 、 B 是炎陵县“最有孝心的美少年”中的两位, 问 A 、 B 同时入选的概率是多少?

区域	频数	频率
炎陵县	4	a
茶陵县	5	0.125
攸县	b	0.15
醴陵市	8	0.2
株洲县	5	0.125
株洲市城区	12	0.25

【解答】解: (1) ∵ 茶陵县频数为 5, 频率为 0.125,

∴ 数据总数为 $5 \div 0.125 = 40$,

∴ $a = 4 \div 40 = 0.1$, $b = 40 \times 0.15 = 6$.

故答案为 0.1, 6;

(2) ∵ $4 + 5 + 6 + 8 + 5 + 12 = 40$,

∴ 各组频数正确,

∵ $12 \div 40 = 0.3 \neq 0.25$,

故株洲市城区对应频率 0.25 这个数据是错误的, 该数据的正确值是 0.3;

(3) 设来自炎陵县的 4 位“最有孝心的美少年”为 A 、 B 、 C 、 D , 列表如下:

	A	B	C	D
A		BA	CA	DA
B	AB		CB	DB
C	AC	BC		DC
D	AD	BD	CD	

∴ 共有 12 种等可能的结果, A 、 B 同时入选的有 2 种情况,

∴ A 、 B 同时入选的概率是: $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

20. (6 分) 家住山脚下的孔明同学想从家出发登山游玩, 据以往的经验, 他获得如下信息:

- (1) 他下山时的速度比上山时的速度每小时快 1 千米;
- (2) 他上山 2 小时到达的位置, 离山顶还有 1 千米;
- (3) 抄近路下山, 下山路程比上山路程近 2 千米;
- (4) 下山用 1 个小时;

根据上面信息, 他作出如下计划:

- (1) 在山顶游览 1 个小时;
- (2) 中午 12:00 回到家吃中餐.

若依据以上信息和计划登山游玩, 请问: 孔明同学应该在什么时间从家出发?

【解答】解: 设上山的速度为 v , 下山的速度为 $(v+1)$, 则

$$2v+1=v+1+2,$$

解得 $v=2$.

即上山速度是 2 千米/小时.

则下山的速度是 3 千米/小时, 山高为 5 千米.

则计划上山的时间为: $5 \div 2 = 2.5$ (小时),

计划下山的时间为: 1 小时,

则共用时间为: $2.5+1+1=4.5$ (小时),

所以出发时间为: $12:00 - 4 \text{ 小时 } 30 \text{ 分钟} = 7:30$.

答: 孔明同学应该在 7 点 30 分从家出发.

21. (6 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $(a+c)x^2 + 2bx + (a-c) = 0$, 其中 a 、 b 、 c 分别为 $\triangle ABC$ 三边的长.

- (1) 如果 $x = -1$ 是方程的根, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状, 并说明理由;
- (2) 如果方程有两个相等的实数根, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状, 并说明理由;

(3) 如果 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 试求这个一元二次方程的根.

【解答】 解: (1) $\triangle ABC$ 是等腰三角形;

理由: $\because x = -1$ 是方程的根,

$$\therefore (a+c) \times (-1)^2 - 2b + (a-c) = 0,$$

$$\therefore a+c-2b+a-c=0,$$

$$\therefore a-b=0,$$

$$\therefore a=b,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形;

(2) \because 方程有两个相等的实数根,

$$\therefore (2b)^2 - 4(a+c)(a-c) = 0,$$

$$\therefore 4b^2 - 4a^2 + 4c^2 = 0,$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形;

(3) 当 $\triangle ABC$ 是等边三角形, $\therefore (a+c)x^2 + 2bx + (a-c) = 0$, 可整理为:

$$2ax^2 + 2ax = 0,$$

$$\therefore x^2 + x = 0,$$

解得: $x_1 = 0, x_2 = -1$.

22. (8分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A$ 的平分线交 BC 于点 E , $EF \perp AB$ 于点 F , 点 F 恰好是 AB 的一个三等分点 ($AF > BF$).

(1) 求证: $\triangle ACE \cong \triangle AFE$;

(2) 求 $\tan \angle CAE$ 的值.

【解答】 (1) 证明: $\because AE$ 是 $\angle BAC$ 的平分线, $EC \perp AC$, $EF \perp AF$, $\therefore CE = EF$,

在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 与 $\text{Rt}\triangle AFE$ 中, $\begin{cases} CE = EF \\ AE = AE \end{cases}$,

$\therefore \text{Rt}\triangle ACE \cong \text{Rt}\triangle AFE$ (HL);

(2) 解: 由 (1) 可知 $\triangle ACE \cong \triangle AFE$,

$$\therefore AC = AF, CE = EF,$$

设 $BF = m$, 则 $AC = 2m, AF = 2m, AB = 3m$,

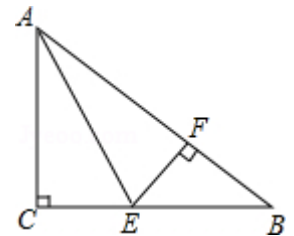
$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{9m^2 - 4m^2} = \sqrt{5}m,$$

解法一: $\because \angle C = \angle EFB = 90^\circ$, $\therefore \triangle EFB \sim \triangle ACB$, $\therefore \frac{EF}{AC} = \frac{FB}{BC}$,

$$\because CE = EF, \therefore \frac{CE}{AC} = \frac{m}{\sqrt{5}m} = \frac{\sqrt{5}}{5};$$

解法二: \therefore 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\tan \angle B = \frac{AC}{BC} = \frac{2m}{\sqrt{5}m} = \frac{2}{\sqrt{5}}$,

在 $\text{Rt}\triangle EFB$ 中, $EF = BF \cdot \tan \angle B = \frac{2m}{\sqrt{5}}$, $\therefore CE = EF = \frac{2m}{\sqrt{5}}$,

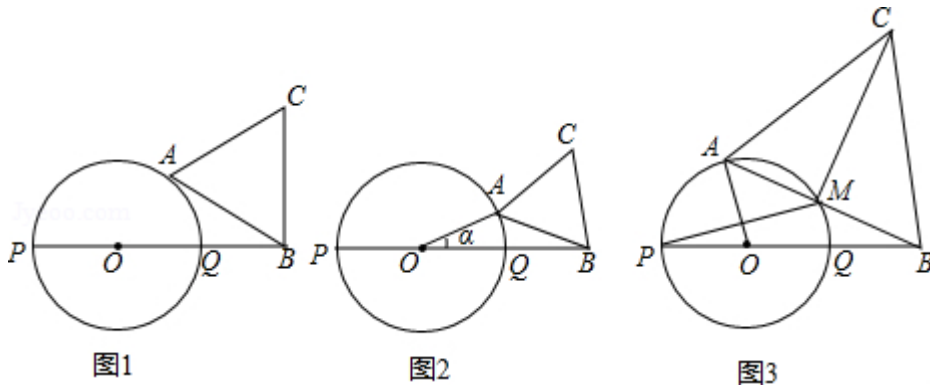


在 $RT\triangle ACE$ 中, $\tan \angle CAE = \frac{CE}{AC} = \frac{2m}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$;

$$\therefore \tan \angle CAE = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

23. (8分) 如图, PQ 为圆 O 的直径, 点 B 在线段 PQ 的延长线上, $OQ = QB = 1$, 动点 A 在圆 O 的上半圆运动 (含 P 、 Q 两点), 以线段 AB 为边向上作等边三角形 ABC .

- (1) 当线段 AB 所在的直线与圆 O 相切时, 求 $\triangle ABC$ 的面积 (图1);
- (2) 设 $\angle AOB = \alpha$, 当线段 AB 与圆 O 只有一个公共点 (即 A 点) 时, 求 α 的范围 (图2, 直接写出答案);
- (3) 当线段 AB 与圆 O 有两个公共点 A 、 M 时, 如果 $AO \perp PM$ 于点 N , 求 CM 的长度 (图3).



【解答】解: (1) 连接 OA , 过点 B 作 $BH \perp AC$, 垂足为 H , 如图1所示.

$\because AB$ 与 $\odot O$ 相切于点 A ,

$\therefore OA \perp AB. \therefore \angle OAB = 90^\circ.$

$\because OQ = QB = 1, \therefore OA = 1.$

$\therefore AB = \sqrt{OB^2 - OA^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}.$

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AC = AB = \sqrt{3}, \angle CAB = 60^\circ.$

$\because \sin \angle HAB = \frac{HB}{AB},$

$\therefore HB = AB \cdot \sin \angle HAB = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}.$

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BH = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$

$\therefore \triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}.$

(2) ①当点 A 与点 Q 重合时,

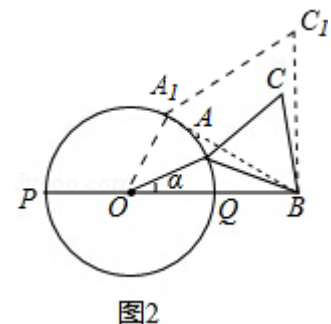
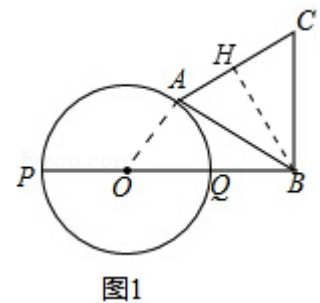
线段 AB 与圆 O 只有一个公共点, 此时 $\alpha = 0^\circ$;

②当线段 A_1B 所在的直线与圆 O 相切时, 如图2所示,

线段 A_1B 与圆 O 只有一个公共点,

此时 $OA_1 \perp BA_1, OA_1 = 1, OB = 2,$

$\therefore \cos \angle A_1OB = \frac{OA_1}{OB} = \frac{1}{2}.$



$\therefore \angle A_1OB = 60^\circ$.

\therefore 当线段 AB 与圆 O 只有一个公共点 (即 A 点) 时,
 α 的范围为: $0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$.

(3) 连接 MQ , 如图 3 所示.

$\therefore PQ$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle PMQ = 90^\circ$.

$\therefore OA \perp PM$,

$\therefore \angle PNO = 90^\circ$.

$\therefore \angle PNO = \angle PMQ$.

$\therefore ON \parallel MQ$.

$\therefore \triangle PNO \sim \triangle PMQ$.

$\therefore \frac{PN}{PM} = \frac{NO}{MQ} = \frac{PO}{PQ}$

$\therefore PO = OQ = \frac{1}{2}PQ$.

$\therefore PN = \frac{1}{2}PM, ON = \frac{1}{2}MQ$.

同理: $MQ = \frac{1}{2}AO, BM = \frac{1}{2}AB$.

$\therefore AO = 1,$

$\therefore MQ = \frac{1}{2}.$

$\therefore ON = \frac{1}{4}.$

$\therefore \angle PNO = 90^\circ, PO = 1, ON = \frac{1}{4},$

$\therefore PN = \frac{\sqrt{15}}{4}.$

$\therefore PM = \frac{\sqrt{15}}{2}.$

$\therefore NM = \frac{\sqrt{15}}{4}.$

$\therefore \angle ANM = 90^\circ, AN = AO - ON = \frac{3}{4},$

$\therefore AM = \sqrt{AN^2 + NM^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AC = AB = BC, \angle CAB = 60^\circ.$

$\therefore BM = \frac{1}{2}AB,$

$\therefore AM = BM.$

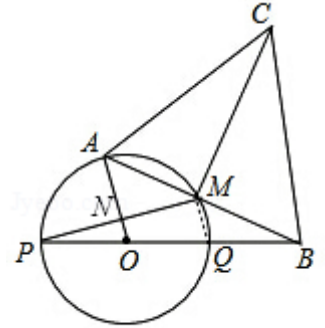


图3

$\therefore CM \perp AB$.

$$\therefore AM = \frac{\sqrt{6}}{2},$$

$$\therefore BM = \frac{\sqrt{6}}{2}, \quad AB = \sqrt{6}.$$

$$\therefore AC = \sqrt{6}.$$

$$\therefore CM = \sqrt{AC^2 - AM^2} = \sqrt{(\sqrt{6})^2 - \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

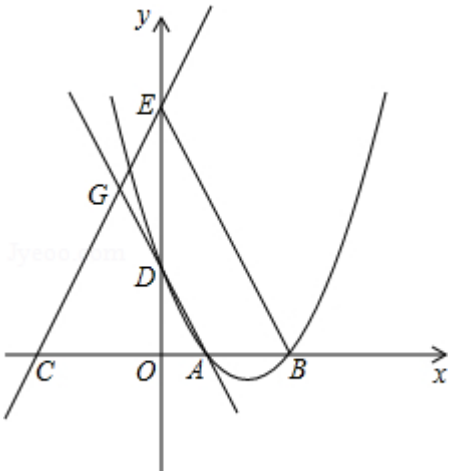
$$\therefore CM \text{ 的长度为 } \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

24. (10分) 已知抛物线 $y = x^2 - (k+2)x + \frac{5k+2}{4}$ 和直线 $y = (k+1)x + (k+1)^2$.

(1) 求证: 无论 k 取何实数值, 抛物线总与 x 轴有两个不同的交点;

(2) 抛物线于 x 轴交于点 A 、 B , 直线与 x 轴交于点 C , 设 A 、 B 、 C 三点的横坐标分别是 x_1 、 x_2 、 x_3 , 求 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ 的最大值;

(3) 如果抛物线与 x 轴的交点 A 、 B 在原点的右边, 直线与 x 轴的交点 C 在原点的左边, 又抛物线、直线分别交 y 轴于点 D 、 E , 直线 AD 交直线 CE 于点 G (如图), 且 $CA \cdot GE = CG \cdot AB$, 求抛物线的解析式.



【解答】 (1) 证明: $\therefore \Delta = (k+2)^2 - 4 \times 1 \times \frac{5k+2}{4} = k^2 - k + 2 = \left(k - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$,

$$\therefore \left(k - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0,$$

$$\therefore \Delta > 0,$$

故无论 k 取何实数值, 抛物线总与 x 轴有两个不同的交点;

(2) 解: \therefore 抛物线于 x 轴交于点 A 、 B , 直线与 x 轴交于点 C , 设 A 、 B 、 C 三点的横坐标分别是 x_1 、 x_2 、 x_3 ,

$$\therefore x_1 \cdot x_2 = \frac{5k+2}{4},$$

$$\text{令 } 0 = (k+1)x + (k+1)^2,$$

$$\text{解得: } x = -(k+1),$$

即 $x_3 = -(k+1)$,

$$\therefore x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -(k+1) \cdot \frac{5k+2}{4} = -\frac{5}{4} \left(k + \frac{7}{10}\right)^2 + \frac{9}{80},$$

$\therefore x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ 的最大值为: $\frac{9}{80}$;

(3) 解: $\because CA \cdot GE = CG \cdot AB$,

$$\therefore \frac{CA}{CB} = \frac{CG}{CE},$$

$$\because \angle ACG = \angle BCE,$$

$$\therefore \triangle CAG \sim \triangle CBE,$$

$$\therefore \angle CAG = \angle CBE,$$

$$\because \angle AOD = \angle BOE,$$

$$\therefore \triangle OAD \sim \triangle OBE,$$

$$\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{OD}{OE},$$

\because 抛物线与 x 轴的交点 A 、 B 在原点的右边, 直线与 x 轴的交点 C 在原点的左边, 又抛物线、直线分别交 y 轴于点 D 、 E ,

$$\therefore OA \cdot OB = \frac{5k+2}{4}, \quad OD = \frac{5k+2}{4}, \quad OE = (k+1)^2,$$

$$\therefore OA \cdot OB = OD,$$

$$\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{OA \cdot OB}{OE},$$

$$\therefore OB^2 = OE,$$

$$\therefore OB = k+1,$$

$$\therefore \text{点 } B(k+1, 0),$$

将点 B 代入抛物线 $y = x^2 - (k+2)x + \frac{5k+2}{4}$ 得: $(k+1)^2 - (k+2)(k+1) + \frac{5k+2}{4} = 0$,

解得: $k=2$,

\therefore 抛物线的解析式为: $y = x^2 - 4x + 3$.

关注“数学吧”公众号, 海量免费试卷下载!

